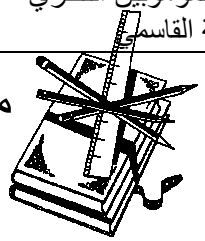

ما وجه الصعوبة في الرياضيات ؟

د. أحمد هيبي

كثيراً ما يواجه المربّون ومعلّمو الرياضيات خاصّةً ، هذا السؤال الذي لا فكاك منه: لماذا يفشل الأولاد في تعلم الرياضيات؟ وهل مادة الرياضيات هي أصعب من غيرها من المواد المدرسية، كاللغات مثلاً، التاريخ ، الفيزياء، وغيرها؟ هل المسئول عن هذا الفشل هم الطلاب، أم المناهج التعليمية، أم المدرسون، أم هؤلاء جميعاً؟

في هذا السياق ينبغي للمربين الاهتمام إلى أن الأفكار المسبقة عن الموضوع ، وتأثير الآخرين على الطلاب قد يكون أكثر فاعلية من تأثيرهم هم . وبعض الأطفال يميلون إلى عدم تجريب ما فشل به الآخرون ، أو ما يدّعون أنه صعب.

إن إنساناً متوسط الذكاء ، يستطيع أن يعمل بالتجارة ، وأن يفتتح مشروعاً ، تستوجب إدارته معرفة جيدة بالحساب . ولكن الآراء المسبقة تضر بهؤلاء التجارة ، وهم بعد على مقاعد الدراسة . وإنك لتجد الكثير من هؤلاء الرجال الناجحين ، في البناء والتجارة والزراعة ، يبحثون عن طريقة سريعة لاستدراك ما فاتهم من الحساب ، بعد سنوات من إنهائهم تعليمهم الابتدائي أو الثانوي . حيث أهملوا تعلم الرياضيات إهمالاً كاملاً سنوات . وفي كل الأحوال فإن " صعوبة الرياضيات " ، قد تكون مسألة نسبية . وما نراه نحن سهلاً جميلاً مؤثراً في النفس ، قد لا يراه الآخرون كذلك ، وإن كانت القدرة على التفكير الكمي والتعامل بالأرقام ، هي قدرة تكاد تكون عامة ومشتركة لجميع أفراد البشر ، فإن المدرسة ، أو البيئة ، لا تعمل أحياناً ، إلا على إفساد هذه القدرة وتعطيلها فترة من الزمن.

ثلاثة اختلافات :

وقد حاولت فيما يلي أن أضع يدي على ثلاث مميزات للرياضيات ، تجعلها مختلفة أحياناً ، عن غيرها من مواضيع الدراسة – من وجهة نظر مدّرس على الأقل . وهي اختلافات (أو مميزات) قصدت بها اختلافات شكلية ، في المقام الأول ، وإن كانت تخص – بالتالي – ماهية الرياضيات . وهذه المميزات هي : التجريد والتعميم، التطبيق العملي، والتسلسل . وإذا كان في هذه الأمور الصعوبة التي يدّعون ، فإن فيها مكمن الجمال أيضاً . فالجمال لا ينبغي أن يكون ساذجاً قطّ . ولكن فشل المدرسة أو المعلمين في التعامل مع هذه العناصر الثلاثة ، سوف يؤدي إلى فشل الطلاب في الرياضيات.

استراحة 1

أ- أوضح/ي الفرق بين التجريد والتعميم. هل كل تعميم هو تجريد؟ هل العكس صحيح ؟ أعط /ي أمثلة !

ب- تجريد أو تعميم أو كلاهما ؟

- a.b=b.a
- شعوب القسم الشمالي من لبكرة الأرضية أكثر رقياً من شعوب القسم الجنوبي.
- النساء الجميلات متكبرات
- جميع الأعداد الأولية فردية ما عدا ال 2
- التاريخ يعيد نفسه دائماً
- المجرم يعود إلى مكان الجريمة

التجريد والتعميم

المجرَّد نعني به المحسوس. ولكن التفكير الإنساني يبدأ في المحسوس ، وترافق هذه المرحلة الناس طيلة حياتهم . وعندما يرفع ولداً أصابع يديه لكي يجمع اثنين مع ثلاثة، فإنه لم يكن قد تعدى من هذه المرحلة أبسط صورتها . إنّ أكثر الفلاسفة يميلون إلى الاعتقاد أنّ معارفنا تأتي إلينا عن طريق الحواس [بيركلي، هيوم...] ولذلك فإن معظم مفاهيمنا ، حتى عندما تصير مجردة غاية التجرّد(الله ، اللانهاية ....) تأخذ أشكالاً محسوسة .

عندما نتكلم عن " ثلاثة أقلام"، أو "ثلاث طاولات"، فإننا نتكلم عن شيء محسوس. ولكن ما هو المشترك لهاتين المجموعتين؟ إنه العدد 3 . إن المرحلة الأولى في تجريد العدد ، هي إذن عندما نستطيع أن نتعامل مع"3" دون إضافته لطاولات، أو أقلام . وهي مرحلة قد مرّ على الإنسان القديم آلاف السنين حتى بات يحسنها. ولكن من المهم أن نعرف أيضاً أن التجريد مراحل وطبقات . فعندما نقول أن n هو عدد طبيعي، فإن n هو تجريد لـ.....1,2,3. عندما نقول a+b=b+a ، فإن هذا تجريد من درجة أكبر. إذ لا يهم ما يكون العددان a و-b. وهكذا يحمل التجريد معنى التعميم أيضاً. وعندما نقول أن7= 1+2.3، فإن هذا يبدو واضحاً لأي مبتدئ . ولكن إذا كتبنا أن أي عدد فردي يمكن كتابته بصورة 2n+1 يبدو هذا تجريدا (أو تعميماً) ليس سهل المنال.

وعلى الرغم من أن صفة التجربة هي جزء من طبيعة التفكير البشري، التي يسبغها على كثير من نواحي المعرفة الإنسانية، كالتاريخ واللغة والفيزياء ، ففي الرياضيات يأخذ التجريد منحىً أكثر حدة ووضوحاً. ففي علم التاريخ نستطيع أن نتحدث عن جميع الحروب التي جرت في القرن الرابع عشر، بنفس الثقة التي نتحدث بها عن صفات جميع البولينومات Polynoms من الدرجة n مثلاً ! إن التجريد في الرياضيات هو جزء من اللعبة ، بينما تكون خصوصية الظاهرة الواحدة في التاريخ ، أو في علم الأحياء ، هي العنوان.

استراحة 2

كيف نُصنف الفعاليات التالية ، تجربة من الدرجة الأولى أو الثانية ؟

1. ارتداء ملابسنا في الصباح.
2. روايتنا لحادث تم أمامنا .
3. ايجادنا الحل لمسألة حسابية .
4. حفظنا لقصيدة من الشعر الجاهلي.
5. كتابتنا لقصة قصيرة

التجربة العملية

لا يمكن لطالب أن يستوفي عملية القسمة إن لم يجرّبها بنفسه. وقد يفهم الطالب خطوات العمل التي يجريها أستاذه عند قسمة 2256 على 4 مثلاً . ولكنه يظل توّاقاً أن يجري عملية مشابه دون الاستعانة بأحد .

ولذلك ينبغي للمعلمين أن يوفروا تمارين عملية يقوم الطلاب بأدائها ، مقابل المادة النظرية التي يعرضونها في الصف. وكثيراً ما تكون شكوى طلاب الرياضيات على هذا النحو: في الصف فهمنا الشرح، ولكن في البيت لم نستطع حل التمرين ! إن المرحلة العملية القائمة على حل التمارين في الرياضيات لا يُفترض أن يراجع بها الطالب المادة النظرية الحالية فقط، بل المهارات الأخرى القديمة التي اكتسبها سابقاً ، بحيث يستطيع أن يوظفها في تعامله مؤخراً . وطالب الرياضيات هنا يشبه متدربي السياقة. إذ لا تكفي كل الدروس النظرية لسياقة سيارة حقيقية في الشارع. والأهم من جميع هذه الدروس ، أن يجلس المتدرب خلف المقود ويقود سيارته في الشارع يعجّ

بالمـارّة والمركبـات الأخـرى. موظَّفـا مهاراتـه كلهـا فـي هـذا الفعـل، معتمـداً علـى مـا تعلّمـه نظرياً في الكتاب أو في غرفة الصف؟

وكمـا لا يمكـن تعلـيم ميكـانيكي سـيارات ، مهنـة تصـليح سـيارة علـى اللـوح فقـط ، كـذلك لا يمكـن أن نكسـب مـتعلم الرياضـيات سـيطرة كاملـة علـى مـا تعلمـه، دون أن يُشـمرّ عـن سـاعديه، ويبـدأ بحـل المسـائل بنفسـه ، مسـتفيداً مـن تجربتـه وخطئـه. وللمقارنـة فقـط نقـول إن دارس التـاريخ لا ينبغـي لـه أن يخـوض المعـارك التـي يـدرس عنهـا، ولكنـه يجـب أن يفعـل ذلـك عنـدما يـتعلم الرياضـيات . ففـي الرياضـيات يكتسـب مهـارة عمليـة، أشـبه بمهـارة الصـناع الـذين يحلـون المشـاكل التـي تعتـرض عملهـم ، ويتوصـلون بعـد جهـد إلـى النتيجـة المرجوة.

وهنالـك فـرق بـين مشـاهدة لعبـة كـرة قـدم وبـين المشـاركة فيهـا فعليـاً . ويسـمى الـبعض العمليـة الأولـى تجربـة مـن الدرجـة الثانيـة Second Experience، بينمـا المشـاركة الفعليـة هـي التجربـة مـن النـوع الأول First Experience والفهـم الصـحيح لمـادة الرياضـيات ،لا يـتم إلا بخضـوع التجربـة مـن النـوع الأول . ومـن تجربتـي فـي التـدريس ، كنت ألحظ ضعفاً عاماً عند طلابي من الذين لم يتلقوا تمارين تطبيقية كافية.

وعنـدما كـان طـلاب رياضـيات فـي الجامعـة كنـا نحتـاج إلـى أوراق "خرطـوش" أكثـر ممـا نحتـاج إلـى دفـاتر القرطاسـية العاديـة . وكـان كـل طالـب منـا يحـافظ علـى مخزونـه مـن هـذه الأوراق . (وعـادة مـا كنـا نجـدها فـي غرفـة الكمبيـوتر، حيـث كـان الطـلاب الآخـرون زاهدين بها).

وفـي التطبيـق العملـي، وحـل التمـارين، يفحـص الطالـب نفسـه. وتـزداد ثقتـه بفهمـه ومهاراتـه. وكنـت فـي السـنه الأولـى مـن دراسـتي للرياضـيات فـي الجامعـة، أغلـق كتـاب "التفاضـل والتكامـل" عنـد النظريـة التـي لا أعـرف برهانهـا، محـاولاً أن أجـد هـذا البرهـان بنفسـي. وكنـت بهـذه الطريقـة أواجـه قـدراتي وأقـف أمـام مهـاراتي الناقصـة وجهـاً لوجـه. فـإذا فشـلت تأكـدت أن الأفكـار التـي خطـرت علـى بـال مؤلـف الكتـاب، أو واضـع النظريـة أول مـرة، لـم تخطـر ببـالي. وكانـت هـذه الطريقـة (العمليـة) فـي الدراسـة، أكثـر فائـدة مـن الطريقـة العادية التي يقوم فيها الطالب بدراسة المادة كأنه يقرأ قصة.

وينبغـي هنـا الإشـارة إلـى أنـه لا يوجـد ((فهـم)) للرياضـيات. وأن هنـاك عـدة مسـتويات لهـذا الفهـم . وكثيـراً مـا اعتقـد المـرء أنـه ((فهـم)) فكـرة رياضـية . وهـو فـي الحقيقـة لـم يفهمهـا

فهمـاً كافيـاً. بـدليل أنـه لا يسـتطيع أن يـربط بـين هـذه الفكـرة وبـين أفكـار أخـرى، أو أن يسـتخدمها فـي حـل مسـائل مرتبطـة بهـا. ووحـده التطبيـق العملـي يكشـف " عـدم الفهـم" هـذا. وهكذا يرسّخ التطبيق العملي الفهم الصحيح للفكرة ويعمّقه.

ومـن المهـم أن نعـرف أن دراسـة الرياضـيات، تنطـوي علـى اكتسـاب مهـارات عمليـة، تقـوم علـى ترجمـة المسـائل الكلاميـة إلـى لغـة الرمـوز، ثـم حـل المعـادلات وفحـص الحلـول. وهـذه المهارات يفتقدها مَن يكتفي بالتوقف عند إدراك المفاهيم فقط .

ويتعجـب طـلاب الرياضـيات عـادة مـن المهـارات الفائقـة التـي يحـل بهـا أسـاتذتهم المسـائل التـي فشـلوا هـم فـي حلهـا . ويعجبـون بـالأخص كيـف خطـرت فكـرة الحـل علـى بـال أسـتاذهم، وهـي فكـرة لا تكـون تقليديـة عـادة. وينسـون أن فكـرة الحـل هـي مهـارة، مؤلفـة مـن إسـتراتيجية أو خطـة حـل، تنفـع فـي مسـائل أخـرى غيرهـا ، بحيـث أصـبحت مهـارة مكتسـبة عنـد مَـن اسـتخدمها عـدة مـرات . والرياضـي المتمـرس يجـرِّب فكـرة حـل واحـدة، فـإذا لـم يـنجح اسـتخدم فكـرة حـل أخـرى ، وهكـذا. فلـيس هنـاك طريقـة أو إسـتراتيجية واحـدة واضـحة لحـل جميـع المسـائل. ولكـن عـدداً قلـيلاً مـن المهـارات المكتسـبة فـي الحـل تكفـي لحل أعداد كبيرة من المسائل التي تبدو لأول وهلة مختلفة ، ومتفاوتة الصعوبة .

<u>استراحة 3</u>

في أي درجة (مرحلة) من الفهم تُصنّف/ ين الشخص في المواقف التالية:

1. طالب صف رابع حفظ جدول الضرب.
2. ميكانيكي عرف سبب العطل في سيارة معطلة .
3. مهندس سيارات عرف مصدر العيب في نوع من السيارات داخل السوق حديثاً.
4. امرأة تنجب طفلاً .
5. ممرضة تساعد امرأة في الإنجاب في المستشفى.
6. طبيب يكتشف علة مريضه.

التسلسل

وصلنا الآن إلى أكبر ميزة لموضوع الرياضيات على غيره من العلوم، كونه سلسله واحدة من الحلقات، التي يرتبط بعضها ببعض بنظام صارم . إن فرع من فروع الرياضيات مؤلف في الحقيقة من هرم معرفي رأسه في الأرض، وقاعدته في السماء. وقد كنت قد شبهت مرة الرياضيات بكُبّة الصوف، فللإمساك بطرف الخيط ، قد تضطر أحياناً إلى العودة إلى الوراء مسافات طويلة. ولا يمكن تعليم الأولاد قواعد الضرب، إذا لم يكونوا قد تعلموا الجمع بالطريقة الصحيحة. وما الفائدة من تعلم الدالة التربيعية، إذا لم يكن الطالب على علم بقواعد حل الأقواس أو التحليل إلى عوامل؟ ولا يستطيع طالب حل معادلات تربيعية ، دون معرفة حل معادلات من الدرجة الأولى.

ولا يوجد مثل هذا الترابط الوثيق في المواضيع الأخرى. فقد لا تكون هناك حاجة كبيرة لفهم ما جرى في الحروب الصليبية، لمعرفة كيف جرت الأمور في الحرب العالمية الثانية مثلاً. ولا شك أن نواحي المعرفة يدعم بعضها بعضاً، ولا يستطيع طالب الموسيقى أن يقرأ النوتة ، إذا كان جاهلاً بالسُّلَّم الموسيقى. ولكن المبنى الحقيقي في الرياضيات يجعل التقدم في مرحلة مستحيلاً دون استيعاب المرحلة السابقة.

ويستطيع معلم الرياضيات أن يلمس انعكاس هذا الترابط في مادته عند طلابه. فهؤلاء يكونون أقل مهارة وقدرة على استيعاب المادة الجديدة ، بعد العُطل المدرسية، ذلك أن العطلة الطويلة قد كسرت الرابطة الوثيقة بين ما يقوم المعلم بتدريسه وبين المادة السابقة المرتبط به. وهذا يجعل التقدم إلى الأمام مهمة شاقة. وقد لمست هذه الحقيقة مراراً عندما كنت طالباً بنفسي. ففي المدرسة الابتدائية كنت أنسى مبادئ جمع الكسور مثلاً أو ضربها، أو مبادئ الضرب التبادلي وغير ذلك من الأمور، بعد العطلة الصيفية الطويلة. (واذكر أني ندمت ندماً شديداً لرحلة قمت بها إلى فرنسا أثناء دراستي للدكتوراه ، ذلك أني ما أن عُدت بعد شهر للعمل على أطروحتي، حتى تبين لي أني فقدت الصلة بكثير من المهارات والحقائق التي كنت متحكماً بها من قبل).

والهندسة الإقليدية هي أوضح نموذج للمبنى الهرمي الذي تملكه الرياضيات. حيث أنه من مجموعة قليلة من المبادئ، نتوصل إلى حقائق ليس من السهل رؤيتها من النظرة الأولى. وعلى هذه الحقائق تُبنى – بطريقة هرمية بديعة من التسلسل المنطقي – حقائق أخرى، أكثر تركيباً وتعقيداً .

وعـل خطـى الهندسـة الإقليديـة ، حاولـت العلـوم الباقيـة السـير . حتـى أن [اسـبينوزا] الفيلسـوف الهنـدي، حـاول أن يكتـب الفلسـفه علـى النسـق الهندسـي . وفـي الفيزيـاء والكيميـاء وبـاقي العلـوم يصـبح النمـوذج " الإقليـدي " مثـالاً يُحتـذى. والحقيقـة أن هـذا التسلسـل، وبصـرف النظـر الآن عـن جمالـه وإبداعـه ، فإنـه يشـكل صـعوبة مـا عنـد الدارسـين الرياضـيات . ذلـك أن فقـدان حلقـة مـن حلقـات هـذا التسلسـل يعرقـل التقـدم إلـى الأمـام. وطالـب الرياضـيات يتوقـف عـن الـدرس، عنـد أول مشـكلة تواجهـه لا يجـد لهـا حـلاً . فـلا تقدم بدون العودة إلى الوراء ، إلى الحلقة المفقودة.

ولـذلك فـإن علـى معلمـي الرياضـيات ، تـدارك هـذه المسـألة ، بـأن يراجعـوا قبـل كـل درس جديـد ، الـدروس السـابقة باختصـار ، وأن يحـاولوا استحضـار الحلقـات المفقـودة أمـام طلابهم ، كلما واجه هؤلاء صعوبات في فهم حلقة جديدة.

استراحة 4

هل الامثلة التالية هي استراتيجيات حل شائعة في الرياضيات ، أو لا؟

1. طرح معادلتين من أجل التخلص من مجهول .
2. الضرب بالمرافق.
3. البرهان بالطريقة السلبية.
4. حل السؤال بدون ورقة وقلم.
5. البدء بحل أصعب سؤال في مجموعة أسئلة.

استراحة 5

1. يقـال أن الطـلاب فـي بلادنـا يواجهـون صـعوبات كبيـرة فـي تعلـم اللغـة الانجليزيـة . هـل تجـد / تشـابهاً بـين اللغـة الانجليزيـة والرياضـيات ، علـى ضـوء مـا قلنـا عـن التسلسل ؟
2. رتـب/ي كـل زوج مـن المواضـيع حسـب درجـة اعتمـاد علـى التسلسـل): الرياضـيات – الفيزيـاء) ، (التـاريخ – الجغرافيـا) ، (قواعـد اللغـة العربيـة – قواعـد اللغـة الانجليزية)، (علوم الكمبيوتر –الأدب العربي).