

השימוש בשיטת הייצוג הסינגפורית להתגברות על קשיים בפתרון בעיות מילוליות במבנה אלגברי בקרב תלמידים המתקשים במתמטיקה

ראודה זועבי אבו בכר, אקדמיית אלקאסמי
ג'והינה עואודה שחברי, אקדמיית אלקאסמי & מכללת סכנין



הקדמה

פתרון בעיות מילוליות נחשב משימה קשה עבור תלמידים רבים, ובמיוחד עבור תלמידים המתקשים במתמטיקה. הסיבות לקושי שונות, ואחת מהן היא קושי בבניית מודל אלגברי מתאים ובפישוטו. אחת הסיבות להתמודד עם פתרון בעיות מילוליות, שיעילותה הוכחה, היא שיטת הייצוג הסינגפורית. ממצאי מבחן פיזה האחרון מצביעים על כך שסינגפור דורגה במקום ראשון במתמטיקה. ממצאים אחרים מראים שהתלמידים הסינגפורים מצליחים יותר בהתמודדות עם פתרון בעיות מילוליות, ומפתח ההצלחה קשור לשיטת הייצוג המיושמת בסינגפור מסתתרת השמונים, החל מכיתות היסוד הקטנות ועד כיתה י"ב. המחקר הנוכחי ניסה לבדוק אם אימוץ שיטת הייצוג בתהליך הוראה קצר יחסית תורם לתלמידים הנהשבים כמתקשים במתמטיקה בפישוט בעיות מילוליות ובפתרון. נוסף על כך, המחקר בחן את שלבי ההתפתחות של מודל הייצוג הוויזואלי לבעיות המילוליות במהלך תהליך הלמידה.

רקע תיאורטי

שיטת הייצוג הסינגפורית מבוססת על ייצוג נתוני הבעיה באופן ויזואלי. בכיתות א'-ב', הייצוג נעשה באמצעות שימוש בתמונות, כמו דובים ובובות. בכיתות גבוהות יותר, הייצוג אבסטרקטי, באמצעות שימוש במלבנים (Foong, 2009). השימוש בציורים מאפשר לייצג את האלמנטים של הבעיה המילולית ואת הקשרים בין האלמנטים. כמו כן, הייצוג עוזר לתלמידים לעבור לייצוג מתמטי פורמלי, לבנות את הביטוי האלגברי ולפשטו (Ng & Lee, 2009). אפשר גם להשתמש בייצוג לפתרון בעיות מילוליות במבנה אלגברי ללא צורך באלגברה (Ng, 2002). לכן, תלמידים בבתי הספר היסודיים בסינגפור מצליחים לפתור בעיות במבנה אלגברי מורכב (Lee, Khng, Ng & Kong, 2013). בדרך כלל, מלמדים באמצעות שלושה סוגים של מודלים: המודל ראשון, מודל החלק השלם, מתאים לבעיות מסוג $a-b=x$; המודל השני, מודל ההשוואה, המתאים לבעיות גיל ולבעיות הכוללות יחסי גודל, כמו יותר מ... וקטן מ... במודל מסוג זה, נדרש יותר משלב אחד בבניית המלבנים. השינוי בכמויות ובקשרים ביניהן מתבטא בשינוי באורכי המלבנים; המודל השלישי, מודל הכפל והחילוק, מתאים לבעיות חילוק וכפל (Ng & Lee, 2009). מטרת המחקר הנוכחי הייתה לבחון אם אימוץ שיטת הייצוג הסינגפורית עוזר לתלמידי כיתה י' המתקשים במתמטיקה להתגבר על קשייהם בפתרון בעיות מילוליות הדורשות מודל אלגברי. נוסף על כך, המחקר בחן את שלבי התפתחות הייצוג במודלים הוויזואליים לאורך תהליך הלמידה.

שיטה

במחקר הנוכחי השתתפו 30 תלמידים מכיתה י' הלומדים לקראת 3 יחידות בגרות, ונחשבים תלמידים המתקשים במתמטיקה, ובמיוחד מתקשים בפתרון בעיות מילוליות במבנה אלגברי. לפני תהליך הלמידה, ענו התלמידים על מבחן א' שכלל בעיות מילוליות הדורשות פתרון אלגברי (הבעיות נלקחו ממאגר הבגרות 801). התלמידים למדו עם החוקרת הראשונה במשך שישה מפגשים (כל מפגש נמשך 90 דקות), באמצעות שיטת הייצוג הסינגפורית לפי שלושה מודלים, מודל החלק שלם, מודל ההשוואה ומודל הכפל והחילוק. בכל מפגש, החוקרת פתרה בעיות באמצעות שימוש בשיטת הייצוג. היא ביקשה מהתלמידים להתנסות בפתרון בעיות בעצמם, ושוב הם פתרו אותן עם החוקרת. כל פתרונות התלמידים בכל שלבי המפגש נאספו בפורטפוליו. בתום תהליך הלמידה, ענו התלמידים

על מבחן ב', שהיה מקביל במבנה שלו למבחן א'. לניתוח הפורטפוליו השתמשנו בהשוואה המתמדת (Strauss & Corbin, 1990). פתרונות התלמידים קודדו לקטגוריות לפי תהליך הפתרון, תוך השוואה מתמדת לקטגוריות קיימות וחדשות בכל בעיה ובכל מפגש. לצורך ניתוח המבחנים א' ו'ב', נערך מבחן ז' מוזוג.

ממצאים

הממצאים הנגזרים ממעקב אחר הנתונים שבפורטפוליו מצביעים על תהליך של התפתחות יכולת הייצוג באמצעות מודלים ויוזאליים בקרב התלמידים. אפשר להצביע על ארבעה שלבים עיקריים בתהליך ההתפתחות: א. ייצוג ושימוש בדיאגרמות באופן שרירותי, ללא התאמה לנתוני הבעיה. בשלב זה, התלמידים לא הצליחו להבחין בין מספר הדיאגרמות הנדרשים לייצוג הבעיה או להתאים את גודל הדיאגרמות לנתונים; ב. ייצוג הנתונים בהתאמה לנתוני הבעיה, ללא המשך הפתרון. בשלב זה, התלמידים הצליחו לייצג יחסי גודל בין הכמויות שבבעיה באמצעות דיאגרמות; ג. ייצוג נכון של הנתונים, והמשך הפתרון באופן חלקי ללא הגעה לפתרון הסופי של הבעיה; ד. ייצוג נכון של הנתונים ופתרון נכון של הבעיה. בשלב זה, התלמידים הצליחו לייצג את היחסים שבין הכמויות, והשתמשו בדיאגרמות כדי להמחיש את הפעולות המתבצעות. בטבלה 1 מוצגים ארבעת השלבים ואחוז התלמידים שפתרו כל שלב, לאורך תהליך הלמידה. ממגבלת המקום, השלבים מודגמים תוך שימוש בבעיה ממאגר בעיות הבגרות 801 שנכללה בתהליך הלמידה: "משכורתו של יוסף הייתה גדולה ב-1050 שקלים ממשכורתו של דוד. לאחר שמשכורתו של דוד הועלתה ב-15%, קיבלו יוסף ודוד משכורת זהה. חשבו את משכורתו של יוסף".

טבלה 1: שלבי התפתחות המודלים היוזאליים במהלך תהליך הלמידה

אחוז התלמידים שעבדו לפי שלב בכל מפגש						דוגמה לייצוג היוזאלי	שלב
מפגש ראשון	מפגש שני	מפגש שלישי	מפגש רביעי	מפגש חמישי	מפגש שישי		
50%	33%	23%	20%	21%	4%		שימוש בדיאגרמות לייצוג שגוי של הנתונים
26%	43%	23%	3%	13%	10%		שימוש בדיאגרמות לייצוג נכון של הנתונים, ללא פתרון הבעיה
23%	17%	17%	27%	13%	17%		שימוש בדיאגרמות לייצוג חלקי של הנתונים, ופתרון חלקי
-	7%	37%	50%	53%	60%		שימוש בדיאגרמות לייצוג מלא של הנתונים, ופתרון מלא ונכון

הממצאים מעידים על כך שלקראת סוף תהליך הלמידה, גדל משמעותית אחוז התלמידים שהצליחו לייצג את הבעיות המילוליות בצורה ויזואלית ולפתור אותן נכון. השינוי שחל בקרב התלמידים בתהליך הלמידה התבטא בשיפור יכולתם לפתור בעיות באופן אלגברי. ניתוח הממצאים הנגזרים ממבחנים שנערכו לפני תהליך הלמידה ובתומו מצביע על אחוז גדול יותר של תלמידים שהצליחו בפתרון הבעיות המילוליות באופן חלקי ובאופן נכון. ממצאי מבחן t מזווג מראים שממוצע התלמידים במבחן שנערך בתום תהליך הלמידה ($M=0.48$, $SD=0.38$) גבוה יותר מממוצע התלמידים במבחן שנערך לפני תהליך הלמידה ($M=0.23$, $SD=0.31$), וזוהבדלים מובהקים ($t(30)=5.3$, $p<0.001$).

סיכום

הממצאים מעידים על כך שהשימוש בשיטת הייצוג לתקופת זמן מוגבלת יחסית תורם להצלחה של תלמידים המתקשים בפתרון בעיות מילוליות במבנה אלגברי. יכולת התלמידים לייצג את נתוני הבעיות ולפתור אותן מתפתחת בהדרגה לאורך תהליך הלמידה. אפשר לייחס את הצלחת התלמידים לכך שהשימוש בייצוג מסייע להם לראות הקשרים בין הכמויות שבבעיות המילוליות. ממצאי המחקר מעידים על כך שקיימת השפעה חיובית גם על היכולת לפתור בעיות מילוליות באופן אלגברי ללא שימוש בייצוג. ממצא זה מעיד על כך שתלמידים מצליחים לגשר בין הפתרון באמצעות מודל ויזואלי לפתרון אבסטרקטי. לאור הממצאים, יערך מחקר המשך שיבדוק את היעילות של הדגשת התהליכים המקבילים - ייצוג ויזואלי וייצוג אלגברי - במהלך פתרון כל בעיה.

מקורות

- Foong, P. Y. (2009). Review of research on mathematical problem solving in Singapore. In K. Y. Wong, P. Y. Lee, B. Kaur, P. Y. Foong & S. F. Ng (Eds), *Mathematics education: The Singapore journey* (pp. 263-300). Singapore: World Scientific.
- Lee, K., Khng, K. H., Ng, S. F., & Kong, J. N. L. (2013). Longer bars for bigger numbers? children's usage and understanding of graphical representations of algebraic problems. *Frontline Learning Research*, 1(1), 81-96.
- Ng, S.F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40 (3), 282-313.
- Strauss, A., & Corbin, J. M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications, Inc.