تظهر في كتب التدريس النظريات :

(1) في المثلث المتساوي الساقين منصفا زاويتي القاعدة متساويان.

(2) في المثلث المتساوي الساقين المتوسطان متساويان.

(3) في المثلث المتساوي الساقين الارتفاعان النازلان على الساقين متساويان.

وبين الأسئلة في كتب التدريس تظهر الأسئلة الآتية:

(أ) برهن النظرية العكسية للنظرية (2) .

(ب) برهن النظرية العكسية للنظرية (3) .

ولكن لا يظهر السؤال : برهن النظرية العكسية للنظرية (1). ينتبه بعض الطلاب لهذا الأمر ويسألون: كيف نبرهن أنه إذا تساوى منصفا زاويتين في المثلث يكون المثلث متساوي الساقين؟

أود أن أشير إلى أن عدم وجود هذا السؤال في كتب التدريس يعود لكون البرهان معقداً نوعاً ما. سأعرض الآن البرهان لهذا السؤال:

برهان هندسي للنظرية

البرهان بطريقة الفرض الخاطئ: نفرض أنه يوجد مثلث ABC بحيث أن طول منصف زاوية B يساوي طول منصف زاوية C إلا أن الزاويتين B وَ C مختلفتان. نفرض مثلاً أن $\angle B < \angle C$. أنظر الشكل رقم (1).

نفرض أن BD هو منصف زاوية B وأن CE هو منصف زاوية C، ونفرض أن BD=CE. نعين النقطة K على BD بحيث أن $\angle ECK = \frac{1}{2}\angle B$. نمد خطاً مستقيماً بين E وَ K.

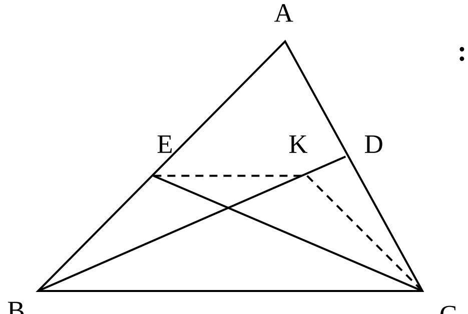
نلاحظ الآن أن زاوية الرؤية للقطعة EK من النقطة C تساوي زاوية الرؤية للقطعة EK من النقطة B. لذلك فإن النقاط الأربع E, K, C, B تقع على قوسي دائري.

(لأن : المحل الهندسي لجميع النقاط التي نرى منها قطعة مستقيمة بزاوية α هو عبارة عن قوسي دائرتين يرتكزان على تلك القطعة المستقيمة).

نرسم الدائرة التي تمر في النقاط E, K, C, B. (أنظر الشكل (2)). بما أن:

$$\angle BCK = \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle B > \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle B$$

لذلك فإن: $\angle BCK > \angle CBE$



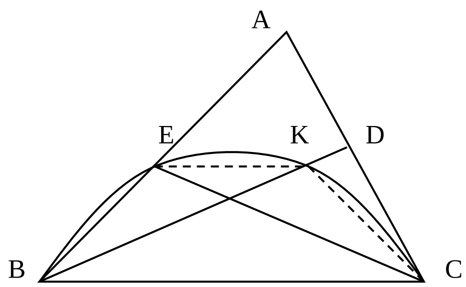
الشكل رقم (1)

لذلك فإن القوس $\overset{\frown}{BEK}$ أكبر من القوس $\overset{\frown}{CKE}$.

لذلك فإن: $BK > CE$ لذلك فإن $BD > CE$ (لأن $BD > BK$).

وهو يناقض الفرض.

لذلك فإن الفرض أن $\angle C > \angle B$ هو فرض خاطئ.



الشكل رقم (2)

لو افترضنا أن $\angle B > \angle C$ فإننا سنتوصل أيضًا الى تناقض بنفس الصورة. نستنتج من هذا أن $\angle B = \angle C$ لذلك فإن المثلث هو مثلث متساوي الساقين.