

إكمال إلى مربع وقوى

1. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $2^{102} + 2008$ لنحصل على مربع
لعدد صحيح.

حل:

بما أنّ $2^{102} = (2^{51})^2$ فإنّ أصغر مربع لعدد طبيعي يزيد عنه هو $(2^{51} + 1)^2$ وهو
يساوي $2^{102} + 2^{52} + 1 = 2^{102} + 2 \times 2^{51} + 1$. لذلك فإنّ العدد الأصغر الذي يجب
إضافته هو $2^{52} - 2007 = (2^{102} + 2008) - (2^{102} + 2^{52} + 1)$ أي أنّ العدد هو $2^{52} - 2007$.

2. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $3^{80} + 3^{40}$ لنحصل على مربع
لعدد صحيح.

حل:

من الواضح أنّ المربع التام الذي ينتج هو مربع لعدد يزيد عن 3^{40} . إنّ أصغر
عدد يزيد عن 3^{40} هو $3^{40} + 1$. بما أنّ $(3^{40} + 1)^2 = 3^{80} + 2 \times 3^{40} + 1$ فإنّ العدد الذي
يجب أن نضيفه هو $3^{40} + 1 = (3^{80} + 3^{40}) - (3^{80} + 2 \times 3^{40} + 1)$.

3. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $2^{90} + 2^{46}$ لنحصل على مربع
لعدد صحيح.

4. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $2^{80} + 2^{40} + 1$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

5. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $4^{100} + 2^{101} - 2007$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

6. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $3^{200} + 2 \times 3^{100} - 200$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

7. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $2^{80} + 2^{42}$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

حل: نلاحظ أنّ $2^{80} + 2^{42} = (2^{40})^2 + 2 \times 2 \times 2^{40}$. وهو العدد الناتج عند تعويض العدد 2^{40} في صورة العدد $x^2 + 4x$. لكن صورة العدد هذه تكتمل إلى مربع تام عندما نجمع لها العدد 4 (أي: نصف معامل x). واضح أنّ:

$$(2^{40} + 2)^2 = 2^{80} + 2 \times 2 \times 2^{40} + 4 = 2^{80} + 2^{42} + 4$$

8. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $3^{200} + 3^{101} - 200$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

9. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $5^{90} + 2 \times 5^{45} - 1000$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.

10. جد أصغر عدد طبيعي يجب أن نضيفه للعدد $5^{90} + 4 \times 5^{45} - 100000$ لنحصل على مربع لعدد صحيح.