

بطاقات وأعداد

بطاقتان على إحداها مسجّل الرقم 7 وعلى البطاقة الأخرى الرقم 5.

7

5

بواسطة تبديل ترتيب البطاقتين يمكن أن نسجّل عددين يتكوّن كلّ منهما من الرقمين 5 و7 وهما 57, 75 . عندما يكون معنا ثلاث بطاقات مسجلة عليها ثلاثة أرقام مختلفة وتختلف عن الصفر، كل رقم على بطاقة، فيمكن، بواسطة تبديل ترتيب البطاقات، كتابة ستة أعداد مختلفة، بحيث أنّ كلّاً منها مكوّن من الأرقام الثلاثة المسجّلة على البطاقات.

7

6

5

مثلاً لو كانت البطاقات:

بواسطة البطاقات يمكن أن نسجّل الأعداد: 576, 567, 657, 675, 756, 765، كم يساوي مجموع هذه الأعداد الستة؟ نجمع الأعداد جمعاً عمودياً. نسجّل الأعداد بشكل عمودي:

$$\begin{array}{r}
 7 \ 6 \ 5 \\
 7 \ 5 \ 6 \\
 + \ 6 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 6 \ 5 \ 7 \\
 5 \ 7 \ 6 \\
 5 \ 6 \ 7
 \end{array}$$

نلاحظ أنّ مجموع الأرقام الستة التي هي أرقام أحاد يساوي $36 = (5 + 6 + 7) \times 2$ ، لأنّ كل رقم يُحسب مرتين. كذلك الأمر بالنسبة للأرقام الموجودة في منزلة العشرات فإنّ مجموعها يساوي 36، ومجموع الأرقام التي في منزلة الآحاد فإنّ مجموعها يساوي 36. لذلك فإنّ:

مجموع الأعداد الستة يساوي

$$\begin{aligned}
 &36 + 36 \times 10 + 36 \times 100 = \\
 &36 \times (1 + 10 + 100) = \\
 &36 \times 111 = 3996
 \end{aligned}$$

نلاحظ أنّ مجموع الأعداد الستة = $111 \times (\text{مجموع الأرقام الثلاثة}) \times 2$.

أجب عن الأسئلة الآتية باستعمال نفس فكرة الجمع السابقة

1. احسب مجموع الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها الأرقام 1، 2، 3 بحيث أن كل رقم مسجل على بطاقة.
2. احسب مجموع الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها الأرقام 1، 4، 5 بحيث أن كل رقم مسجل على بطاقة.
3. احسب مجموع الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها الأرقام 2، 4، 6 بحيث أن كل رقم مسجل على بطاقة.
4. احسب مجموع الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها ثلاثة أرقام مختلفة مجموعها يساوي 18.
5. احسب مجموع الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها ثلاثة أرقام مختلفة مجموعها يساوي 13.
6. كتب شخص الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها ثلاثة أرقام مختلفة فحصل على المجموع 5328. ماذا كانت الأرقام الثلاثة؟
7. كتب شخص الأعداد الستة التي يمكن كتابتها باستعمال ثلاث بطاقات مسجلة عليها ثلاثة أرقام مختلفة فحصل على المجموع 1332. ماذا كانت الأرقام الثلاثة؟
8. اختار شخص ثلاثة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها الأعداد الستة الممكنة وجمعها فحصل على 4440. هل تستطيع أن تعرف بالتأكيد الأرقام التي اختارها الشخص؟ (كم حلاً يوجد؟)
9. اختار شخص ثلاثة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها الأعداد الستة الممكنة وجمعها فحصل على 3330. هل تستطيع أن تعرف بالتأكيد الأرقام التي اختارها الشخص؟ (كم حلاً يوجد؟). حل: $15 = 2 \div 111 \div 3330$ لذلك فإن مجموع الأرقام الثلاثة = 15. الأرقام الثلاثة مختلفة ومجموعها 15. الإمكانيات هي:

$$\{1,5,9\}, \{1,6,8\}, \{2,4,9\}, \{2,5,8\}, \{2,6,7\}, \{3,4,8\}, \{3,5,7\}, \{4,5,6\}$$

10. شخص إنه اختار ثلاثة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها جميع الأعداد المختلفة بواسطة تغيير الأرقام وجمعها فحصل على 5772. هل صدق الشخص؟ علل!
- إرشاد: $26 = 111 : 2 : 5772$. ثلاثة أرقام مجموعها 26 هي 9، 9، 8. يمكن أن نكتب فقط 3 اد مختلفة بواسطة تغيير ترتيب الأرقام وهي 998، 989، 899 ومجموعها لا يساوي 5772. أخطأ خص لأنه اعتمد على القاعدة بدون فحص إن كانت الأرقام مختلفة أم لا.

السؤال الآن هو:

لو كانت لدينا 4 بطاقات واخترنا 4 أرقام مختلفة وسجلنا كلاً منها على بطاقة, فما هو عدد الأعداد ذات أربعة أرقام التي يمكننا بناؤها بواسطتها؟ وكيف نجعلها؟ نختار مثلاً:

1 8 4 7

عندما نختار بطاقة ونضعها في منزلة الآلاف تبقى لدينا 3 بطاقات والتي يمكن ترتيبها في 6 إمكانيات مختلفة. لذلك:

✓ توجد 6 أعداد رقم آلاف كل منها 4.

✓ توجد 6 أعداد رقم آلاف كل منها 1.

✓ توجد 6 أعداد رقم آلاف كل منها 7.

✓ توجد 6 أعداد رقم آلاف كل منها 8.

لذلك فإن عدد الأعداد ذات أربعة أرقام التي يمكن بناؤها هو $4 \times 6 = 24$.

٧ كيف نجعلها؟

عندما نرتبها بشكل عمودي (فوق بعضها البعض) وننظر في عمود الآحاد. نلاحظ أنه يوجد فيه 24 عدداً. فمن الطبيعي أن يظهر فيه كل رقم من الأرقام الأربعة 6 مرات (لأن: $24 \div 4 = 6$). لذلك فإن مجموع الأرقام الـ 24 الظاهرة في عمود الآحاد يساوي:

$$6 \times (1 + 4 + 7 + 8) = 120$$

ينطبق الأمر نفسه على عمود العشرات وعمود المئات وعمود الآلاف. لذلك فإن مجموع الأعداد الـ 24 يساوي:

$$\begin{aligned}
&1000 \times 120 + 100 \times 120 + 10 \times 120 + 1 \times 120 \\
&= (1000 + 100 + 10 + 1) \times 120 \\
&= 1111 \times 120 = 133320
\end{aligned}$$

استنتاج

مجموع الأعداد الـ 24 التي يمكن بناؤها بواسطة أربع بطاقات مسجلة عليها أربعة أرقام مختلفة يساوي: $1111 \times (\text{مجموع الأرقام الأربعة}) \times 6$.

٣ تمارين

1. بواسطة تبديل ترتيب البطاقات كتب شخص جميع الأعداد ذات أربعة أرقام الممكنة. كانت البطاقات هي $\boxed{9} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{4}$. كم يساوي مجموع الأعداد الـ 24 التي كتبها الشخص؟
 2. اختار شخص أربعة أرقام مختلفة من بين الأرقام 1، 2، 3،، 9 وسجل بواسطتها الأعداد الـ 24 الممكنة ثم جمعها. قال الشخص إن المجموع الذي حصل عليه هو 66660. فما هي الأرقام التي اختارها؟ كم حلاً يوجد للمسألة؟
حل: $66660 = 1111 \times (\text{مجموع الأرقام الأربعة}) \times 6$ لذلك فإن:
- مجموع الأرقام $= 10 = 66660 \div 6 \div 1111$. للمسألة حل وحيد وهو 1، 2، 3، 4.
3. اختار شخص أربعة أرقام مختلفة من بين الأرقام 1، 2، 3،، 9 وسجل بواسطتها الأعداد الـ 24 الممكنة ثم جمعها. قال الشخص إن المجموع الذي حصل عليه هو 93324. فما هي الأرقام التي اختارها؟ كم حلاً يوجد للمسألة؟
 4. اختار شخص أربعة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها الأعداد الـ 24 الممكنة ثم جمعها. قال الشخص إن المجموع الذي حصل عليه هو 199980. فما هي الأرقام التي اختارها؟ كم حلاً يوجد للمسألة؟
 5. اختار شخص أربعة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها الأعداد الـ 24 الممكنة ثم جمعها. قال الشخص إن المجموع الذي حصل عليه هو 173316. فما هي الأرقام التي اختارها؟ كم حلاً يوجد للمسألة؟
 6. قال شخص إنه اختار أربعة أرقام مختلفة وسجل بواسطتها الأعداد الـ 24 الممكنة وجمعها فحصل على 226644. هل صدق الشخص؟ علل!

