اكاديمية القاسمي –كلية اكاديمية للتربية

اسم المبادرة

نهج النمذجة

جوانب نظرية، بحثية وتطبيقية

اعداد: بروفيسور جهينة عواودة شحبري

رئيسة برنامج التربية للرياضيات اللقب الثاني اكاديمية القاسمي

تاريخ بداية المبادرة: 1.1.2023

تاريخ انتهاء العمل في المبادرة: 30.7.2023

الفهرس

النمذجة

مقدمة

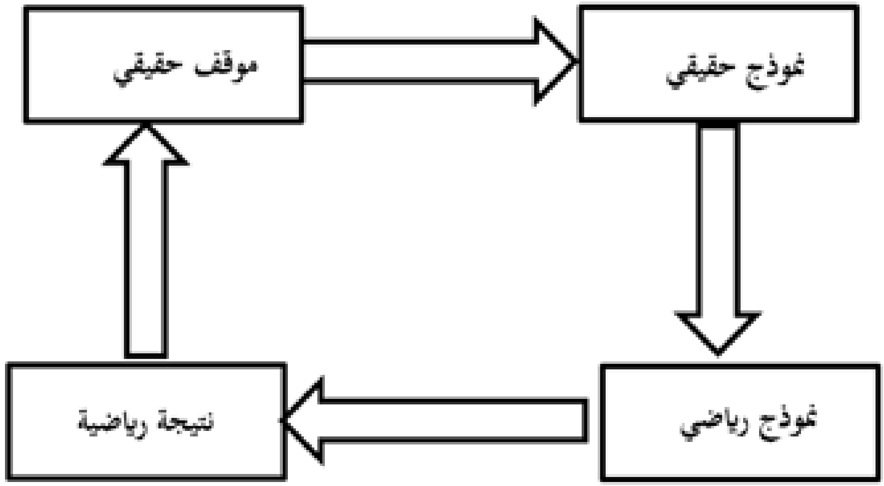
تعرف النمذجة على أنها عملية "تطوير اوصاف تمثيلية لأغراض محددة في مواقف محددة" (Lesh & Lehrer, 2003, 109) بشكل مشابه، يتم تعريف النمذجة الرياضية على أنها ترجمة مشكلة إلى نموذج رياضي من أجل حل مشاكل العالم الحقيقي، ثم يتم اختبار النموذج في سياق العالم الحقيقي (Haines & Crouch, 2007). لذا يمكن وصفها على انها عملية ترجمة ثنائية الاتجاه بين العالم الحقيقي والرياضيات (Blum & Borromeo- Ferri, 2009). يؤكد نهج النمذجة لتعليم وتعلم الرياضيات على فائدة الرياضيات في الحياة الواقعية من خلال اقتراح أنشطة النمذجة كأمثلة سياقية قائمة على الواقع (Vorhölter, Kaiser, & Borromeo-Ferri, 2014) وذلك لإعداد الطلاب ليصبحوا مواطنين مسؤولين ومواجهة تحديات ومتطلبات العصر الحديث (Lesh & Doerr, 2003). وهذا ما أيدته أيضًا منظمة التعاون الاقتصادي والتنمية (Organization for Economic Co-operation and Development,[OECD]) في دراسة برنامج تقييم الطلاب الدولي البيزا (Program for International Student Assessment, [PISA]) والذي يعمل على تقييم التنور الرياضي لدى الطلاب (Cai et al., 2014). لذا تعد النمذجة واحدة من أهم الموضوعات في تعليم الرياضيات وهي تختلف النماذج الرياضية وتدريسها فالنماذج الرياضية تؤكد على المنتج، بينما تؤكد النمذجة على عملية الوصول إلى نموذج رياضي مناسب (Ang, 2001).

أنشطة النمذجة هي مسائل مفتوحة وغير قياسية تتطلب من الطلاب وضع افتراضات حول حالة المشكلة (problem situation) وتقدير الكميات ذات الصلة قبل الانخراط بالعمليات الحسابية، تتطلب أيضا هذه المشكلات تخمينات للحصول على المعلومات الضرورية في المشكلة والى جانب ذلك يمكن حل هذه المسائل بطرق مختلفة. هذه المسائل هي مشاكل من العالم الحقيقي لا تعطي

معلومات كافية وتتطلب تنبؤات وافتراضات واقعية وحسابات مفصلة وتشجع الطلاب على استخدام معارفهم والاستفادة من خبراتهم. غالبًا ما يتمّ التعامل مع أنشطة النّمذجة في مجموعات، وتصمّم لتكون في مجموعات صغيرة. يتحمّل المشتركون المسؤوليّة معًا لبناء نموذج رياضيّ يلبّي متطلّبات المسألة (English & Watters, 2005). قد تكون هُناك عدّة نواتج مختلفة لنشاط النمذجة الواحد، وبالتالي إجراء نقاش صفّيّ في نهاية النشاط هو أمر بالغ الأهمّيّة، لمعرفة أيّ النّماذج هي أكثر فاعليّة وأكثرها تلبيةً لمتطلّبات المسألة. نتيجةً لذلك، يمكننا القول إنّ دمج أنشطة نمذجة، ومناقشة الطرق المختلفة للحلّ، سيؤثّر إيجابيًّا على تطوّر التفكير الرياضيّ لدى الطلاب (Yu & Chang, 2009).

دوائر النمذجة: العمليّات والمراحل

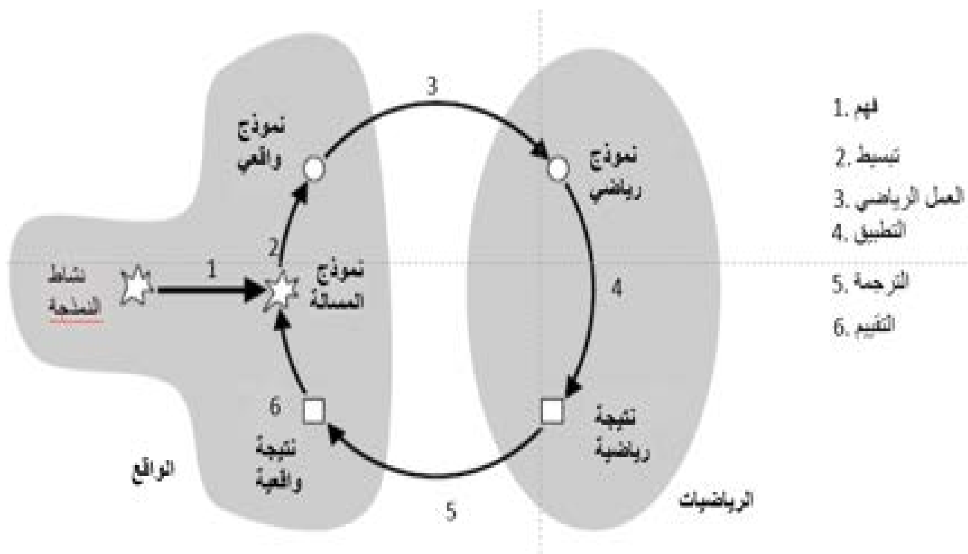
ان عملية الانخراط في أنشطة النمذجة تتم من خلال دورات بشكل تكراري، وليس خطيًا كما هو الحال في حل المسائل المتداولة في الكتب المدرسية التقليدية (Lesh & Doerr, 2003). هذه العلمية المعروفة باسم عملية النمذجة او دورة النمذجة وهي تشتمل على عمليات ومراحل مختلفة (Kaiser, 2020). يقدّم الأدب البحثيّ طرقًا مختلفة لوصف دورة النمذجة بشكل مرئي (Borromeo-Ferri, 2006) على سبيل المثال، دورة النمذجة لجريفرات (Greefrath, 2007)، والّتي تتكوّن من أربع مراحل تفصل بينهما عمليّات لم يتمّ الإشارة إلى اسمها. يبدأ النّموذج في الموقف الواقعيّ المتضمّن في المسألة، يتمّ التحوّل بعد ذلك إلى موقف حقيقيّ، ثمّ إلى نموذج رياضيّ، وبعدها إلى نتيجة رياضيّة ترجع إلى نقطة البداية وهي الموقف الواقعيّ.



شكل(1): دائرة النمذجة لجريفراث (Greefrath، 2007)

دائرة نمذجة موسعة ومفصلة اكثر اقترحها بلوم وليبب (Blum & Lieb, 2005)، حيث تضمّنت خمس مراحل وستّ عمليّات. أمّا المراحل فهي نفس المراحل التي اقترحها لجريفراث، إضافةً إلى مرحلة أخرى وهي النتائج الواقعيّة. أمّا المراحل الخمسة فهي: (1) مرحلة نموذج المسألة الّذي يتطرّق إلى النموذج المنبثق من تفسير المسألة. (2) مرحلة النموذج الواقعيّ الّذي يتضمّن تفسير المسألة بالواقع، وعادةً يكون من الصّعب التمييز بين نموذج المسألة والنموذج الواقعيّ. (3) مرحلة النّموذج الرياضيّ وهو ناتج العمل الرياضيّ. قد يأتي النموذج الرياضيّ على حالات مختلفة كالمعادلة، الجدول أو القائمة. (4) مرحلة النتيجة الرياضيّة، وهي النتيجة التي يتمّ الحصول عليها عند التعويض في النموذج الرياضيّ. (5) مرحلة النتيجة الواقعيّة، وهي النتيجة التي نحصل عليها من ترجمة النتيجة الرياضيّة لنتيجة واقعيّة. على سبيل المثال، قد يكون العدد 3 هو نتيجة رياضيّة، لكن له معانٍ في الواقع.

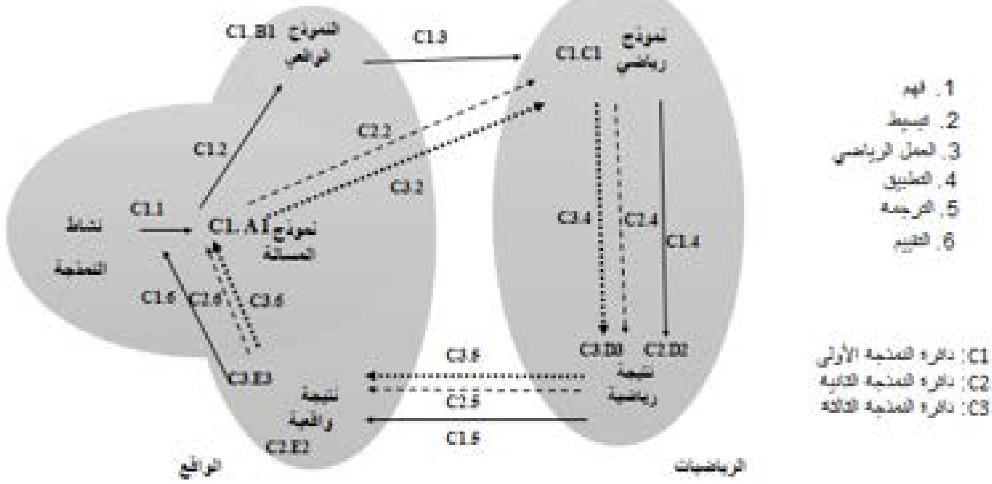
أمّا العمليّات، فهي التي تحدث بين كلّ مرحلة وأخرى، وكما ذكرت سابقًا، فهي ستّ عمليّات: (1) فهم الموقف وتبسيطه، (2) تقديم نموذج واقعيّ، (3) العمل رياضيًّا لبناء نموذج رياضيّ، (4) إنتاج نتائج رياضيّة من تطبيق في النموذج الرياضيّ، (5) إعطاء تفسير واقعيّ للنتائج الرياضيّة، (6) التحقّق من النتائج الواقعيّة حسب الحالة الأصليّة.



الشكل 1: دائرة النمذجة لبلوم وليبب (Blum & Lieb, 2005)

احدى الميزات المميزة لدورة النمذجة لبلوم وليب (Blum & LeiB, 2006) هي الفصل بين (نموذج موقف، نموذج حقيقي، نموذج رياضي) يسمح هذا بالتمييز بين الصعوبات في فهم الموقف المعين، في تبسيط وتنظيم المعلومات المستخرجة من الموقف وفي اختيار وصف رياضي مناسب للموقف اثناء عمليات حل الطلاب وبالتالي يساعد المعلمين في اختيار مناسب وموجه جيدا للتدخلات التكيفية خاصة في مرحلة الترجمة الحرجة في بداية عملية النمذجة

كما ذُكِر سابقًا، يتمّ التطرّق عادةً لأكثر من دورة نمذجة واحدة، لإيجاد حلّ يلائم القضيّة المطروحة في المسألة، المرور في المراحل المختلفة يُسمّى مسار النّمذجة. اقترحت شحبري وطباخ طريقة تصويريّة تبيّن مسار النمذجة خلال التعامل مع أنشطة النمذجة، واعتمدتا على دائرة النمذجة لبلوم وليبب (Blum & Lieb, 2005) كما يظهر في شكل (2). يظهر الشكل أنّ المسار مكوّن من ثلاث دوائر نمذجة.

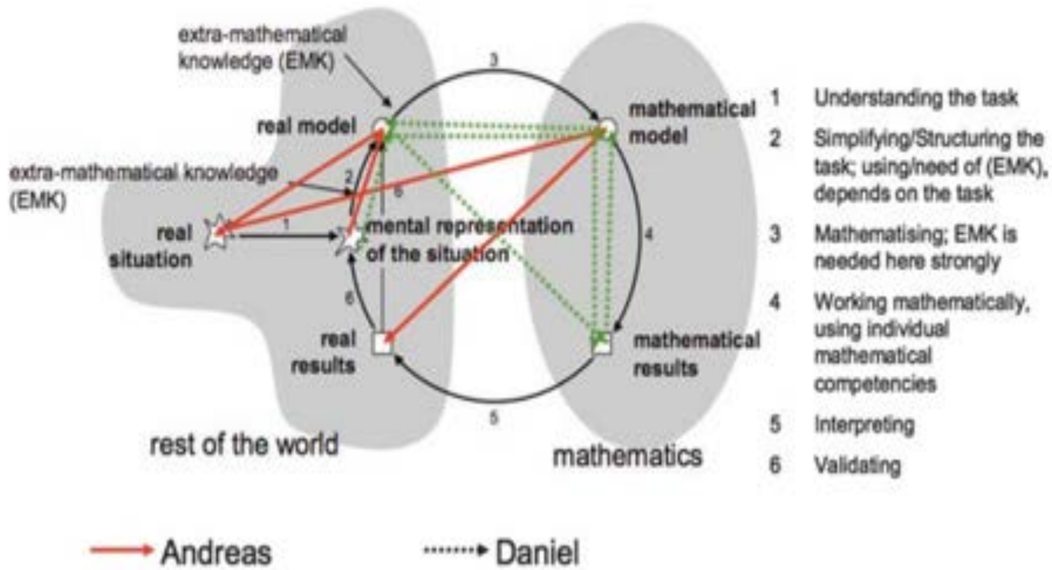


شكل 2: مسار النمذجة وفق شحبري وطباخ (Shahbari & Tabach, 2021)

تُظهِر الأسهم في الشكل من أنواع مختلفة، كلّ نوع يشير إلى دائرة نمذجة. يبيّن الرسم عدد دورات النمذجة خلال التعامل مع النشاط، وكذلك تسلسل مراحل النمذجة وعمليّاتها.

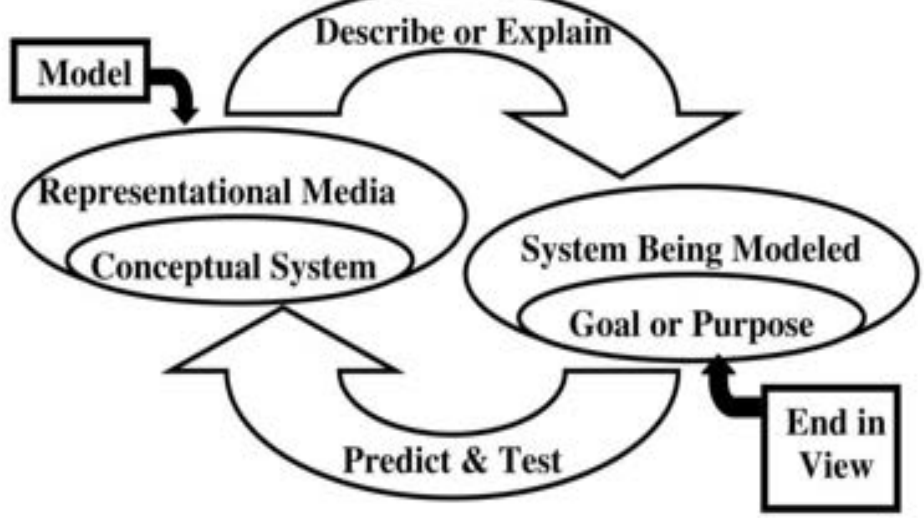
يرع بعض الباحثين ان مسار النمذجة يتأثر بنمط التفكير لدى من يقوم بالانخراط في أنشطة النمذجة. ونمط التفكير لا يعبر عن القدرة، ولكنها طريقة مفضلة لاستخدام قدرات المرء. أي أنماط التفكير الرياضي تشير إلى كيف يفضل الأفراد تعلم الرياضيات، وليس كيف يتم تقييم فهمهم الرياضي. بالإضافة إلى ذلك، فهو يشير أيضًا إلى الكيفية التي يفضل بها الفرد المضي قدمًا في المهمة الرياضية. بشكل عام متعارف على ثلاثة أنماط تفكير: التحليلي، والبصري، والمتكامل. تم تعريف أسلوب التفكير البصري على أنه تفكير يعتمد على الأشكال والرسومات والصور المعروضة في المواقف والعلاقات الحقيقية. يتميز الطلاب الذين لديهم أسلوب تفكير بصري بطريقة تفكير شديدة التوجه نحو الصور عند حل المشكلات الرياضية؛ هذا يسهل الحصول على المعلومات وتمثيلها وتفسيرها وإدراكها وحفظها، وكذلك التعبير عنها. من ناحية أخرى، يتم تحديد الأسلوب التحليلي في التفكير على أنه تفكير رمزي وشكلي، يميل الأفراد ذوو التفكير التحليلي إلى البحث عن الهياكل أو الأنماط أو الصيغ وتطبيقها، أو العمل باستخدام الصيغ. ام نمط التفكير المتكامل فهو يحوي النمطين

في الشكل 3 يوجد عرض لمساري نمذجة لطالبين دانيال واندريس كل منهما مع نمط تفكير مختلف.



شكل 3 مسار النمذجة لبرومو فيري (Borromeo Ferri, 2007)

في وصف اخر للنماذج الرياضية اقترحه ليش ولهيرير (Lesh & Lehrer, 2003) على انها أنظمة مفاهيمية بنيت لاجل التعبير عن غرض محدد. يتم تعبير الأنظمة المفاهيمية ذات الصلة باستخدام مجموعة من وسائط التفاعل التي قد تتراوح من اللغة الشفهية إلى الرموز المكتوبة، والرسومات، والاستعارات المبنية على الخبرة، والمحاكاة القائمة على الحاسوب. أي أن النماذج الرياضية هي أوصاف أو تفسيرات هادفة. يركزون على أنماط الأنظمة ذات الأهمية الهيكلية والانتظام والخصائص النظامية الأخرى. غالبًا ما تتضمن أغراضهم إنشاء أو معالجة أو توقع الأنظمة التي يتم تصميمها، وعادةً ما تتضمن عملية تطوير نماذج مفيدة بما فيه الكفاية لغرض معين سلسلة من دورات الاختبار والمراجعة التكرارية شكل 4 يصف دائرة النمذجة المقترحة.



شكل 4: دائرة النمذجة وفق يش ولهيرير (Lesh & Lehrer, 2003)

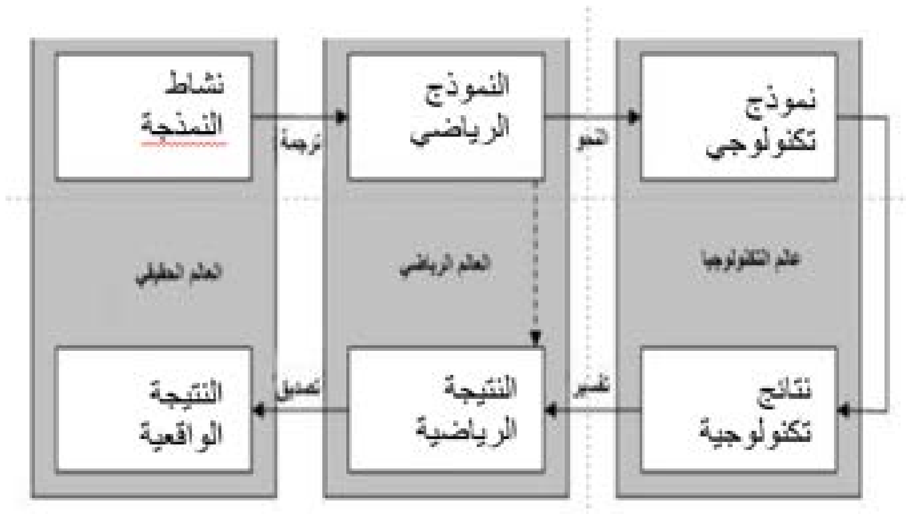
عندما يمر الطلاب بسلسلة من دورات النمذجة خلال نشاط نمذجة معين، ما نتوقع ملاحظته هو ظهور سلسلة من طرق التفكير المختلفة بشكل منهجي حول طبيعة الأشياء والعلاقات والعمليات والأنماط أو الانتظام في المشكلة – حل الموقف. وذلك لأن النماذج الرياضية وأنظمتها المفاهيمية الأساسية يتم تحديدها عمومًا من خلال تحديد أربعة مكونات. (ا) طبيعة "الأشياء" الموضوعية (مثل الكميات والأشكال والمواقع). (ب) طبيعة العلاقات الرياضية بين "الأشياء". (ج) طبيعة عملياتهم الرياضية على "الأشياء". (د) طبيعة أنماطها الرياضية وانتظامها التي تحكم الأشياء والعلاقات والعمليات السابقة. وفقًا للشكل 4، تشتمل النماذج الرياضية على: (ا) الأغراض. (ب) الأنظمة المفاهيمية الأساسية. (ج) الوسائط التي يتم فيها التعبير عن النظام المفاهيمي.

النمذجة مع استخدام التكنولوجيا

أدى الانخراط في أنشطة النمذجة باستخدام التكنولوجيا إلى تحسين المعرفة التكنولوجية، والتي تعتبر مهارة ضرورية للقرن الحادي والعشرين (Utami & Wilujeng, 2020). ويؤدي الجمع بين التكنولوجيا وأنشطة النمذجة إلى زيادة التعلم والتفاعل بين المتعلمين (Geiger et al., 2010). وقد شدد سيفيكباس وزملائه (Cevikbas et al., 2023)، في مراجعتهم لـ 38

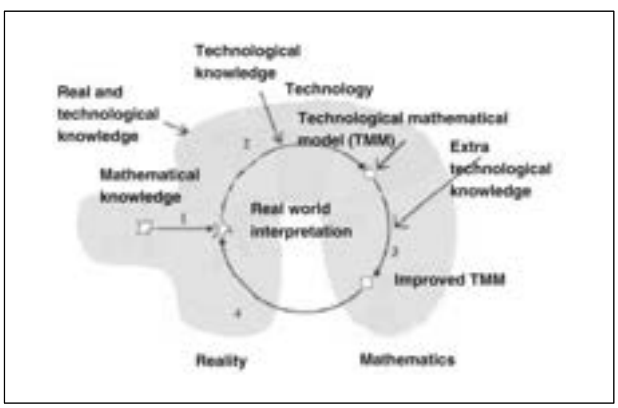
دراسة، على فوائد استخدام التقنيات الرقمية في تعليم النمذجة الرياضية في سياق القضايا العاطفية /النفسية والتربوية والمعرفية والاجتماعية. يمكن أن تكون التكنولوجيا فعالة على مستوى البرنامج، على سبيل المثال، عند استخدام الميزات الديناميكية في الجيوجبرا GeoGebra أو برامج التصميم مثل سكراتش Scratch، وعلى مستوى تمثيل البيانات، مع ميزات مثل تلك الموجودة في الجداول الالكترونية Excel (English et al., 2016). تمتلك البرمجيات والتقنيات المختلفة إمكانات مختلفة للتعليم وتعلم النمذجة الرياضي (Cevikbas et al., 2023). على سبيل المثال، وجد أن جيوجبرا تدعم الطلاب في إنشاء وتطبيق واعتماد نماذج رياضية وعلمية لتفسير وتوقع سلوك مشكلات العالم الحقيقي (Mousoulides, 2011; Villamizar et al., 2020) علاوة على ذلك، جيوجبرا مفيد لتدريس مفاهيم محددة؛ على سبيل المثال، وجد سيكوليك واخرون (Sekulic et al., 2020) أن استخدام النمذجة الرياضية في بيئة الجيوجبرا يمكن أن يكون طريقة تعليمية فعالة في تدريس مفاهيم حساب التفاضل والتكامل. اما جداول بيانات الإلكترونية فيمكن من تحليل المشكلات العلمية المختلفة وتشجع الطلاب على التفكير ديناميكيًا واعتماد استراتيجيات ديناميكية عند إنتاج الحلول (Arzarello et al., 2012; Molyneux-Hodgson et al., 1999). تتيح جداول البيانات أيضًا فرصًا أكبر لاستكشاف المفاهيم الرياضية (Chua & Wu, 2005). علاوة على ذلك، يشير بعض الباحثين (Ortega et al., 2016) إلى أن خصائص الأداة التكنولوجية تحدد قرارات الطلاب أثناء العمل الرياضي، مما يؤثر في النهاية على تفسيراتهم للنموذج المستنبط. هناك حاجة لمعرفة ما إذاكانت ميزات الاستخدام التكنولوجي تتغير بمرور الوقت وأكثر من نشاط نمذجة.

تقدِّم الأدبيّات رأيين مختلفين حول ميزات تكامل التكنولوجيا واندماجها في أنشطة النمذجة. يُؤَكِّد الرّأي الأوّل على فكرة أنّ دور التكنولوجيا مشابه لعمليّة ترجمة تتمّ بعد بناء النموذج الرياضيّ، ثم ترجمته لنموذج تكنولوجيّ، أي أنّ غالبيّة عمليّات النمذجة تتمّ من غير دمج التكنولوجيا (مثل Siller & Greefrath, 2010)، كما يظهر في شكل (5). بينما يعرض الرّأي الثاني دور التكنولوجيا كونها تشارك في جميع عمليّات أنشطة النمذجة (مثلGeiger, 2011).

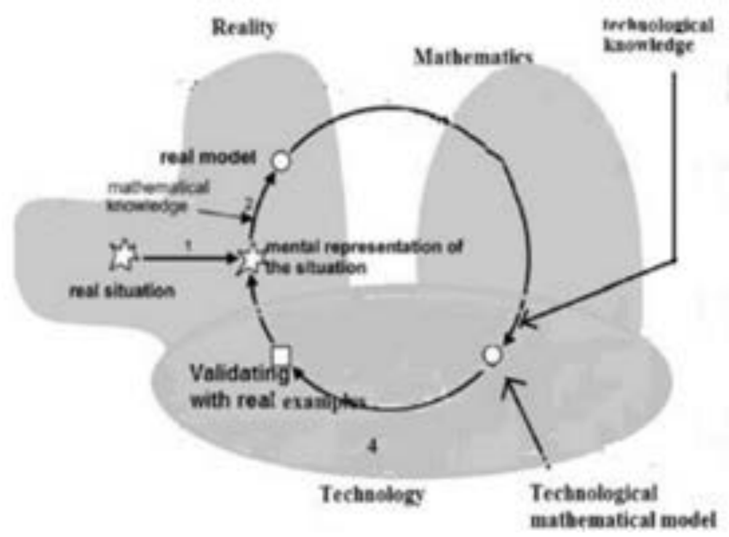


شكل 5: دائرة النمذجة باستخدام التكنولوجيا لسيلر وجريفراث (Siller & Greefrath, 2010)

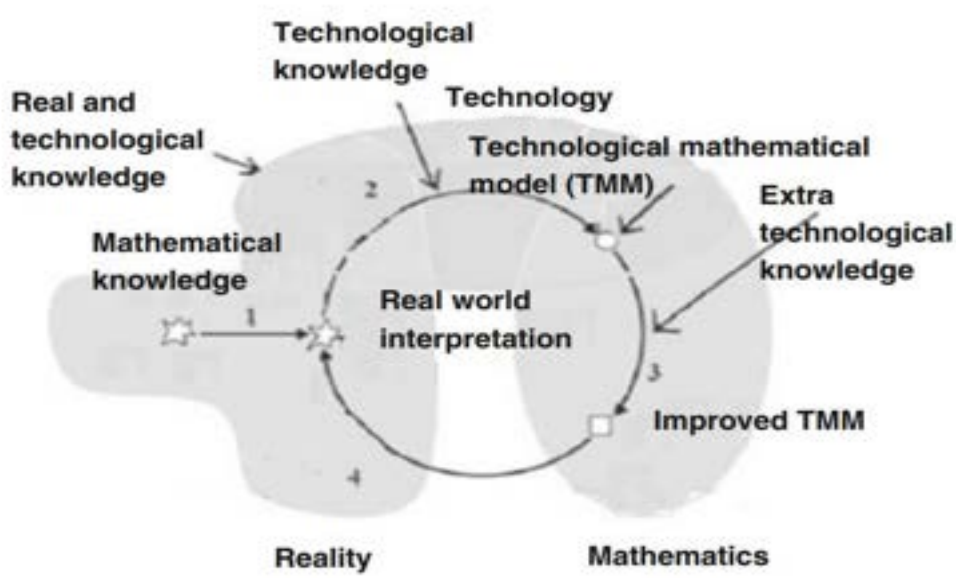
تجمع نتائج دراسة ضاهر وشحبري (Daher & Shahbari, 2015) بين وجهتي النظر معًا. حدد المؤلفون ثلاث دوائر نمذجة مختلفة لوصف دورات النمذجة لست مجموعات بحثية قامت بالانخراط بنفس النشاط "مسابقة القراءة الصفية"، تظهر هذه الدوائر ميزات تكامل مختلفة للأدوات التكنولوجية في عمليات النمذجة كما يظهر في الاشكال 6-8.



شكل 6: دائرة النمذجة باستخدام التكنولوجيا لضاهر وشحبري (Daher &Shahbari, 2015)

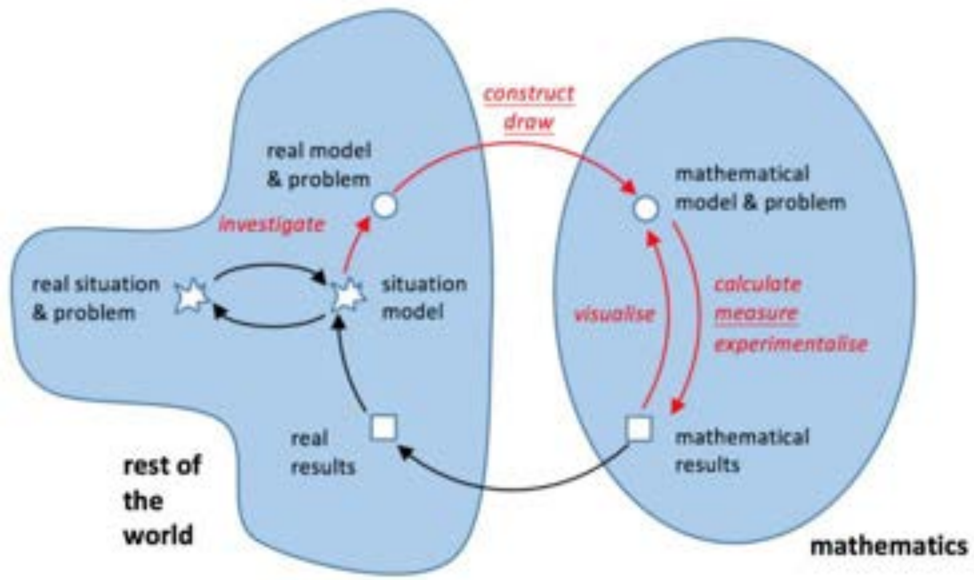


شكل 7: دائرة النمذجة باستخدام التكنولوجيا لضاهر وشحبري (Daher &Shahbari, 2015)



شكل 8: دائرة النمذجة باستخدام التكنولوجيا لضاهر وشحبري (Daher &Shahbari, 2015)

وبشكل مشابه لدائرة النمذجة في شكل 8 عرض كل من لجرفراث وزملائه (Greefrath et al., 2018) دائرة النمذجة متضمنة لدوال تكنولوجية مفصلة داخل مراحل وعمليات النمذجة كما يظهر في شكل 9.



شكل 9: دائرة النمذجة باستخدام التكنولوجيا لجرفراث وزملائه (Greefrath et al., 2018)

كفاءات النمذجة

الكفاءة الرياضية تعرف على انها استعداد الشخص الثاقبة للتصرف بشكل مناسب استجابة لجميع أنواع التحديات الرياضية المتعلقة بمواقف معينة، عدد نيس وهوجارد (Niss & Højgaard, 2019) ثمانية كفاءات رياضية. تُعتبر كفاءات النمذجة إحدى الكفاءات تلك ويرتبط تعريفها ارتباطًا وثيقًا بتعريف عمليات النمذجة: "كفاءات النمذجة هي المهارات والقدرات لأداء عمليّات النمذجة، بشكل مناسب وموجّه نحو الهدف، بالإضافة إلى الرغبة في تنفيذها"(Maaß, 2006, 117). وأكثر تحديدًا، تشير

كفاءات النّمذجة إلى القدرة على تحديد الأسئلة، المتغيّرات، العلاقات أو الافتراضات، في حالة معطاة من العالم الحقيقيّ، لترجمتها إلى الرياضيّات وتفسيرها والتحقّق من صحّة حلّ المسألة الرياضيّة النّاتجة بالعلاقة في الحالة المعطاة، وكذلك القدرة على تحليل أو مقارنة النماذج المعطاة، من خلال التحقيق في الافتراضات والتحقّق من خصائص النماذج (Niss, Blum &Galbraith, 2007, 12). أي أنّ كلّ عمليّة فرعيّة في دورة النمذجة مرتبطة بكفاءة فرعيّة للنّمذجة (Blomhøj & Jensen, 2006). على كفاءات النّمذجة أن تتضمّن كفاءات فرعيّة معيّنة (Maaß, 2006)، حيث اقترح كل من ماب (Maaß, 2006) وستيلمان وشركائها (Stillman, Galbraith, Brown, & Edwards, 2007)، قائمة بكفاءات النّمذجة المطلوبة للتنقّل بين مراحل النمذجة:

1. من الموقف المعروض في النشاط إلى النموذج الواقعيّ، الكفاءات الثانوية مثل 1.1. توضيح سياق مشكلة وتخمين الفرضيّات. 1.2. معرفة المتغيّرات ذات الصلة وتحديد المعلومات ذات الصلة ودونها.
2. من النموذج الواقعيّ إلى النموذج الرياضيّ، الكفاءات الثانويّة المقترحة مثل 2.1. تمثيل العناصر الرياضيّة. 2.2. اختيار التدوين الرياضيّ المناسب.
3. من النموذج الرياضيّ إلى النتائج الرياضيّة، الكفاءات الثانويّة المقترحة مثل 3.1. استخدام المعرفة الرياضيّة لاستعمال النموذج الرياضيّ. .3.2 استخدام استراتيجيّات مختلفة والتنوّع باستخدام الكمّيّات والمعطيات.
4. من النتائج الرياضيّة إلى النتائج الواقعيّة، اقترح كفاءات الثانويّة مثل 4.1. ترجمة النتائج في سياق رياضيّ مختلف. 4.2. عرض الحلّ وتدوينه بطريقة رياضيّة مناسبة.
5. في عمليّة التقييم والتحقّق، اقترح كفاءات ثانويّة مثل 5.1. تدقيق النتائج بشكل ناقد. 5.2. مراجعة أجزاء من النموذج الرياضيّ والرجوع على جزء من عملية النمذجة في حال عدم استوفاء الحل لمتطلبات المسألة.

تتميز تطوير كفاءة النمذجة وفق هينينج وكيون (Henning & Keune, 2007) في ثلاثة مستويات: المستوى الأول هو التعرف على النمذجة وفهمها، ويتميز بالقدرة على: التعرف على ووصف عملية النمذجة وتوصيف وتمييز وتحديد مراحل عملية النمذجة. المستوى الثاني هو النمذجة المستقلة، ويتميز بالقدرة على: تحليل المشكلات وتنظيمها وتجريدها، اتخاذ وجهات نظر مختلفة،

إعداد النماذج الرياضية، العمل على النماذج، تفسير نتائج وبيانات النماذج والتحقق من النماذج والعملية بأكملها. والمستوى الثالث والأخير هو التفكير الذاتي حول النمذجة، ويتميز بالقدرة على: تحليل النمذجة بشكل نقدي، توضيح معايير تقييم النماذج، التفكير في سبب النمذجة، التفكير في تطبيق الرياضيات

النماذج الناشئة من أنشطة النمذجة

النماذج هي نتاج عمليات النمذجة (Sriraman, 2005). وهي تنشأ في المرحلة التي ينتج فيها المتعلمون تمثيلات خارجية على المستوى الرياضي (Borromeo Ferri, 2006) أو يحولون تجريدات الموقف الحقيقي والمعقد إلى شكل رياضي (Ang, 2001). تتكون النماذج من العناصر والعلاقات والعمليات والقواعد التي تحكم التفاعلات التي يتم التعبير عنها باستخدام أنظمة الترميز الخارجية (Lesh & Doerr, 2003). من المهم التذكير ان وفقا للمبادئ الأنشطة المنتجة لنماذج، يجب على محتوى الأنشطة من حيث الكميات، العلاقات والعمليات المتضمنة ان يمكن من انتاج نماذج قابلة للتطبيق وللتعميم (English, 2003). فيجب أن تكون النماذج الناتجة مفيدة لبعض الأغراض المحددة في موقف معين، ويجب أيضًا مشاركتها مع الآخرين وإعادة استخدامها في مواقف مماثلة (Lesh & Lehrer, 2003). تم اقتراح طرق مختلفة في الأدب البحثي لتصنيف ووصف النماذج الناشئة. مثلا اقترح ماير (Meyer, 1984) تقييم النماذج وفقًا للميزات التالية: الصحة (سواء كان النموذج الناتج صحيحًا أو قريبًا من ذلك)، الواقعية الوصفية (ما إذا كان النموذج يعتمد على افتراضات صحيحة)، الدقة (ما إذا كانت تنبؤات النموذج صحيحة)، والمتانة (ما إذا كان النموذج محصنًا نسبيًا من الأخطاء عند ادخال بيانات)، والتعميم (سواء كان ينطبق على العديد من الحالات الأخرى غير السياق المذكور في النشاط)، ونموذجي (سواء كانت النموذج يمكن ان يكون أساسا لبناء نماذج اخرى). بينما اقترح ليش وليهرير (Lesh & Lehrer, 2003) التصنيف وفقا لطبيعة الكميات والتمثيلات الرياضية وكذلك طبيعة العلاقات الرياضية الكميات. اما شحبري وضاهر(Shahbari & Daher, 2016) فدمجوا بين الامرين صنفوا النماذج وفق اشكال التمثيلات، العمليات المتضمنة في النماذج وكذلك الصحة، الدقة، التعميم، المتانة، والواقعي. ممكن أيضا النظر الى النماذج وفقًا لأبعاد

مختلفة، مثل التجريد والمحسوس، العام والمحدد، التحليلي والشامل، البسيط والمعقد، والبديهي – الرسمي (Lesh & Yoon, 2004).

من المهم ان تحديد فائدة النموذج لا تتحدد بالضرورة من خلال ما إذا كان هو الأكثر عمومية أو الأكثر تجريدًا أو الأكثر تعقيدًا (Lesh & Caylor, 2007)، ولكن بالأحرى من خلال ما إذا كان مناسبًا في السياق المحدد المعطى في نشاط النمذجة (Borromeo-Ferri & Lesh, 2013). الا ان تنص بعض الدراسات على حل مفيد لنشاط نمذجة معين. على سبيل المثال، يشير ليودنج وريت (Ludwig & Riet, 2013) إلى أن الصيغة العامة الناشئة عن نشاط النمذجة الممثلة في السجل الجبري أكثر فائدة من الحل الرقمي الذي يتم تمثيله في السجل الرقمي. في بعض الأحيان، يؤدي النقص في كفاءات النمذجة الفرعية المتعلقة بتقييم النموذج إلى قبول الطلاب لنموذج غير مناسب ومنع إمكانية الحصول على نتيجة أفضل (Galbraith & Stillman, 2006).

استخدام النمذجة لتعلم المصطلحات الرياضية

أحد التّأثيرات المهمّة لتعامل الطلّاب مع أنشطة النمذجة مرتبطة في الجانب الإدراكيّ، هو تطوّر رؤية الروابط بين الرياضيّات والواقع، وأيضًا في الرياضيات نفسها (Altay, Özdemir & Akar, 2014). خلال عمليّة النمذجة، يمكن التركيز على هدفين مختلفين. الهدف الأوّل، أن تكون هذه العمليّة كوسيلة لتطوير قدرة الطلّاب على التعامل مع مشاكل العالم الحقيقيّ، وتنمية كفاءات النمذجة المختلفة (Modelling competences). والهدف الثاني؛ يتعلّق بالمضمون الرياضيّ المتضمّن داخل الأنشطة، أي المصطلحات الرياضيّة التي يحتاج الطلّاب استعمالها، لإيجاد نموذج رياضيّ يُجيب على متطلّبات المسألة (Julie, 2002; Julie & Mudaly, 2007).

الكسور

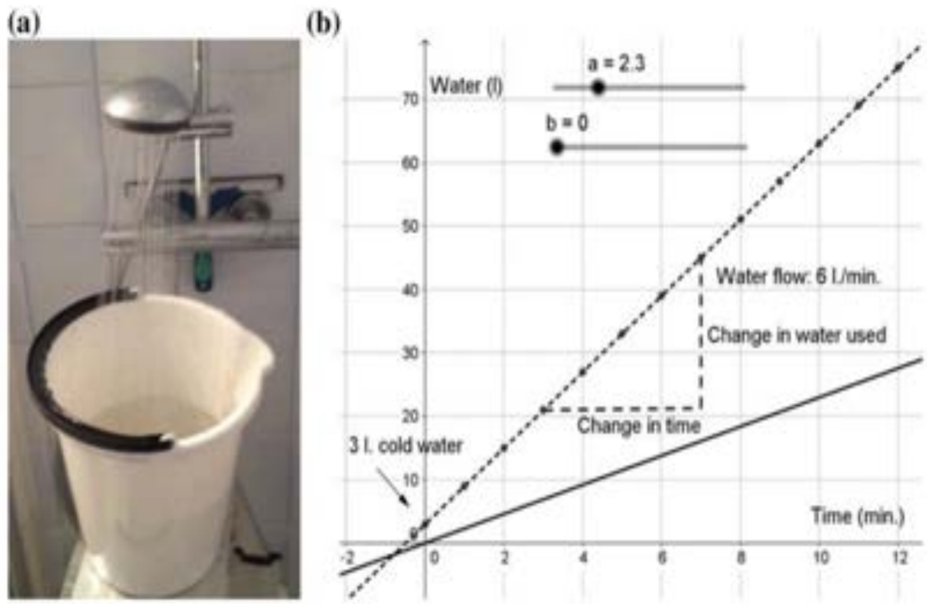
استعملت شحبري وبيلد (Shahbari & Peled, 2013) أنشطة النّمذجة كأداة لتطوير معرفة الطلّاب في الكسور البسيطة والكسور العشريّة في فعاليات معدة للطلاب الصف السادس ابتدائي. الفعالية الأولى، طقم فعالية الكراج وهي تتطرق الى لعبة الكراج التي يلعب فيها الاطفال وتضم قطع مثل سيارة، مفك وغيره، الطقم من أنواع مختلفة لذا سعرها مختلف ولكنها تحوي على نفس القطع. يقوم الطلاب بمحاولة تسعير القطع الخمس في الكراج، في البداية يتم عرض السعر الكلي لأطقم متعددة وعلى الطلاب توزيع السعر على القطع المختلفة، عملية التسعير الطويلة تؤدي الى الحاجة لبناء نموذج رياضي عام. النموذج الرياضي يعتمد على رصد جزء كسري لقطعة من القطع الخمس، مثلا السيارة تساوي ثمن السعر لذا يمكن حساب سعر السيارة بسهولة عند معرف سعر الطقم الكامل. بعد ذلك يتعامل الطلاب مع فعالية طقم بيضاء الثلج والاقزام، في هذه الفعالية أيضا يحتاج الطلاب الى تسعير 20 قطعة من طقم بيضاء الثلج والاقزام، خلال هذه العملية يقوم الطلاب بتوسيع النموذج الذي تم بناؤه من اجل الفعالية السابقة وتعميمه على الفعالية الحالية. خلال هذه الفعاليات تطور الطلاب فهمهم لأربعة مفاهيم من أصل خمسة للكسر البسيط جزء من كل، عامل، نسبة، ومقياس إضافة الى تخطى صعوبات ظهرت خلال العمل الرياضي وهي مجموع الأجزاء أكثر من الصحيح وصعوبات في التوسيع والاختزال. ومن ثم خلال العمل على الكسور البسيطة تظهر الحاجة للكسور العشرية. أظهرت نتائج الدراسة ان الطلاب المشتركين استطاعوا بناء نموذج من الفعالية الأولى وتوسيعه وتعميمه على الفعالية الثانية.

المتغير والدالة

يرى بلومهيج (Blomhøj, 2019) انه كي يتم دمج النمذجة والتطبيقات بشكل كامل في تعليم الرياضيات في المرحلة الثانوية، يجب أن ينظر إلى النمذجة ويفهم أيضًا كوسيلة تدريسية لدعم تعلم الرياضيات لدى الطلاب. يقترح مسار طويل فمثلا النمذجة في الصفوف الثامن والتاسع. يمكن اعتبارهما عناصرًا مبكرة محتملة في مسار تعليمي وتعلمي طويل عن النمذجة للظواهر الديناميكية باستخدام نمذجة الأجزاء والمعادلات التفاضلية (وفيما بعد المشتقة) بدعم من التكنولوجيا الرقمية. يقترح أنشطة مثلا لتعليم الموضوع

المتغير والدالة، تتضمن الانشطة مفاهيم رياضية رئيسية مثل المتغير، والدالة، ومعدل التغير، والتكاملات. بالطبع، مفاهيم معدل التغير والتكاملات موجودة فقط في الأنشطة التعليمية للنمذجة كأفكار بديهية متجاوبة مع السياق.

مثال لنشاط هو االاستحمام الصباحي هو سياق غني لنمذجة ظاهرة ديناميكية بسيطة، وهي استخدام الماء بناءً على وقت الاستحمام. يمكن استخدامه في تعليم الرياضيات في المرحلة الاعدادية كسياق لتقديم الدوال الخطية. كانت الفكرة الرئيسية هي تحدي الطلاب لاستخدام الرياضيات لوصف وتحليل بعض الظواهر من حياتهم اليومية في الصباح. الطلاب ملمون جدًا بالحالة الحقيقية ويمكنهم بسهولة رؤية الارتباط بين مدة استحمامهم وكمية الماء المستخدمة. من خلال التجربة، يمكن للعديد من الطلاب أن يقوموا بالافتراض المبسط والمعقول بأن تدفق الماء يمكن افتراضه ثابتًا بعد بدء الاستحمام انظر الشكل التالي (مقتبس من Blomhøj, 2019)



المعدل

استعملت شحبري وطبّاخ (Shahbari & Tabach, 2020) النمذجة كأداة لتطوير المفاهيم المختلفة للمعدل. خلال انخراط المعلمين المستقبليين في مهمتين لاستنباط نموذج، المهمة الأولى تطلبت بناء نموذج لاختيار مخيم صيفي يفي بمتطلبات الام (انظر في الأمثلة عن الأنشطة) والمهمة الثانية بناء نموذج لمدير مدرسة لاختيار مرشح ملائم لوظيفة معلم في مدرسة (انظر في الأمثلة عن الانشطة). خلال المهمتين كان على المشاركين معالجة جداول تحوي قيم نوعية وكمية، ومحاولة بناء نموذج يبن قيمة نهائية لكل مخيم ولكل مرشح في الفعاليتين وفق للمعطيات. تشير النتائج التي استنبطت من تحليل نقاش الطلاب خلال انخراطهم بالأنشطة وفق نظرية الادراك التواصلي، انه تم استعمال وتطور كلمة معدل لمفاهيم أوسع، عدا عن المفهوم الشائع كمتوسط حسابي، تم استخدام المعدل للإشارة الى قيمة معقولة من بين عدة قيم معطاة، إلى قيمة كمرجع من اجل المقارنة او الى نقطة اعتبار لترتيب القيم المختلفة والى قيمة متوسطة بين مجموعة من القيم.

تمثيل وتنظيم معطيات (English, 2010)

ركز البحث على أهمية تحديد التركيز على المنطق الإحصائي في سنوات الابتدائية، المشتركين في البحث 75 طالب في الصف الأول يتعلمون في ثلاثة صفوف ومعلميهم، عدد الطلاب في كل صف 25 طالب تقريبا. معرفة الطلاب المسبقة في التعامل مع البيانات كانت محدودة إلى ترتيب العناصر واستكمال الرسوم البيانية الصورية. خلال إلانخراط في أنشطة نمذجة تم اتاحة الفرص للطلاب لتناول موضوع المحافظة على البيئة، فالأنشطة تتضمن بيانات مختلفة تتطلب العمل عليها من اجل تنظيم وترتيب وتصور وتمثيل هذه البيانات. تشير النتائج الى قدرة الأطفال على التركيز على خصائص العناصر بدلاً من العناصر ذاتها في تحديد السمات، وتبديل انتباههم من سمة واحدة إلى أخرى، وإنشاء مجموعة واسعة من النماذج في تنظيم وترتيب وتمثيل البيانات. ساهم تطور الأطفال في المعرفة الميتا–تمثيلية في اختيارهم وطبيعة تمثيل البيانات.

انشاء تدريج بيانات (Doerr& English, 2003)

عينة البحث تشمل طلاب من الولايات المتحدة وأستراليا في المرحلتين الإعدادية والابتدائية. يهدف البحث الى تتبع تطور تفكير الطلاب حول ترتيب البيانات واختيارها وترجيحها أثناء قيامهم بإنشاء أنظمة يمكن استخدامها لوصف البيانات واتخاذ القرارات. ايضا فحص الأفكار أو طرق التفكير المختلفة التي يمكن استنباطها أثناء تفاعل الطلاب مع المهام ومع بعضهم البعض والهدف الأخير هو توضيح مدى تطور الأنظمة أو النماذج القابلة للتعميم عبر السياقات. قام الطلاب بالانخراط بسلسلة من ألانشطة المنتجة لنماذج. تشير النتائج إلى أن الطلاب كانوا قادرين على إنشاء أنظمة أو نماذج قابلة للتعميم وإعادة الاستخدام لاختيار البيانات وتصنيفها وترجيحها. علاوة على ذلك، يشير مدى الاختلافات في الأساليب التي يتبعها الطلاب إلى وجود مسارات متعددة لتطوير الأفكار حول بيانات الترتيب لاتخاذ القرار. ويوصي مؤلفي المقال عل الانخراط في مهام النمذجة كونها منصة غنية لتطوير الطلاب لأفكار رياضية قوية بشكل مستقل. في هذه الحالة الحالية، تركز مشكلاتنا على إنشاء كميات مرتبة، والعمليات والتحويلات على تلك الرتب، وأخيرًا إنشاء علاقات بين الكميات لتحديد وصف وشرح الأنماط المختلفة والتغيرات في البيانات.

حساب التفاضل والتكامل (Park et al., 2013)

تهدف دراسة إلى فحص كيفية دعم نشاط النمذجة الرياضية في تصور مفهوم التفاضل والتكامل لدى طلاب الصف الثامن ذوي القدرات العالية في كوريا الجنوبية. تم استخدام بيئة جداول البيانات لتنفيذ الأنشطة. أظهرت الدراسة أن استخدام النمذجة الرياضية كوسيلة تعليمية ساهم في توضيح وتصور المفاهيم المتعلقة بالتفاضل والتكامل. عن طريق استخدام الجداول والمرور بعمليات النمذجة المتكررة، تمكن الطلاب من التفكير بطرق مختلفة وتمثيل المفاهيم الرياضية بأشكال متنوعة. تم تحسين فهم الطلاب للتفاضل والتكامل من خلال العمل الفعلي في بيئة جداول البيانات. كما وجدت الدراسة أن النمذجة الرياضية تعزز التفكير العميق والتحليلي لدى الطلاب وتعزز قدراتهم على استخدام الرياضيات في سياقات حقيقية.

التقدير العددي والنمذجة الرياضية (Albarracín, 2021)

يمكن التمييز بين التقدير الحسابي والتقدير بالقياس والتقدير بالعدد كأساليب مختلفة للتقدير بناءً على المهارات المطلوبة للحصول على القيمة المقدرة. ومع ذلك، إذا كان لديها نفس الهدف، فيمكن فهم الثلاثة معًا على أنها عملية رياضية تقدم حلاً تقريبيًا لمشكلة القياس أو العد إحدى خصائص التقدير هو أنه غالبًا ما يتم إجراؤه عقليًا وبسرعة، وباستخدام أرقام بسيطة قدر الإمكان، مما يعني أن القيمة المخصصة للكمية لا يجب أن تكون دقيقة تمامًا ولكنها يجب أن تكون كافية للدقة، وهذا يعتمد على السياق واحتياجات الشخص القام بالتقدير. قليلة هي الدراسات التي تم إجراؤها في العقود الأخيرة حول النمذجة الرياضية مع الطلاب الذين تقل أعمارهم عن 10 سنوات. هذه الدراسة تعرض تجربة تعليمية قام فيها طلاب الصف الثاني الابتدائي ب (بعمر 7–8 سنوات) الذين يحاولون شرح الاختلافات في عدد السكان بين مدينة وبلدة أي مقارنة مدينة وبلدة حسب التقديرات السكانية. تم تنفيذ المشروع في مدرسة حكومية في مدينة تضم 200,000 نسمة (ساباديل، إسبانيا)، والتي تتميز بكثافة سكانية عالية. وكان الهدف من ذلك أن يقوم الطلاب بمقارنة هذه المدينة ببلدة سيزوروها في رحلة قريبة بعد بضعة أسابيع من المشروع (سانت سادورني دانويا، إسبانيا، 13,000 نسمة).

قام الباحث بتطوير سلسلة من المشكلات التي تعتمد على التقدير (مشكلات فيرمي) والتي تهدف إلى توجيه الطلاب في مقارنة عدد سكان المدينة والبلدة. خلال تنفيذ النشاط تم تقديم الأنشطة وتطلبت تحليلًا للواقع لتحديد المشكلات الفرعية التي يمكن للطلاب التعامل معها، قام الباحث بدور المراقب وقام بتدوين الملاحظات حول التدخلات الرئيسية من قبل الطلاب والمعلم. في النهاية، تم تحليل هذه التدخلات وإنتاج الطلاب. تم تحليل منتجات الطلاب من منظور النمذجة الرياضية ولوحظ أن الطلاب طوروا أساليبهم الرياضية الخاصة لعمل التقديرات المطلوبة. تم تحديد فرص التعلم عندما احتاج الطلاب إلى مفاهيم وإجراءات لم يستخدموها بعد. تظهر النتائج أن التقدير يعمل كمحسِّن لتوليد النماذج الرياضية التي تمكن الطلاب من ربط معارفهم الواقعية بالتعلم الرياضي الجديد. في الاستنتاجات، هناك مناقشة للآثار المترتبة على استخدام متواليات مشكلة فيرمي لبدء النمذجة الرياضية وربط المعرفة الرياضية وغير الرياضية بالمشكلات الاجتماعية في السنوات الأولى من التعليم الابتدائي.

تاثير الانخراط في انشطة النمذجة لتطوير المهارات المتعلقة في الرياضيات

الادب البحثي يظهر فاعلية وتأثير الانخراط في أنشطة النمذجة على جوانب مختلفة مثل تطوير مهارات تفكير عليا، الابداع والتنور الرياضي فيما يلي امثلة لابحاث تناولت هذه الجوانب.

تطوير مهارات القرن الحادي والعشرين (Asempapa, 2015)

يعرض المقال مناقشة حول أهمية تطبيق النمذجة في المرحلة الابتدائية والاعدادية، يعرض المقال أمثلة على مهام النمذجة للإشارة إلى ملاءمة وأهمية النمذجة الرياضية وإظهار أن طلاب المدارس الابتدائية والمتوسطة قادرون على المشاركة في مهام النمذجة هذه. يرى مؤلف المقال إن مهام النمذجة الرياضية هي أدوات قوية لتطوير التفكير الكمي ومهارات حل المشكلات وكفاءات النمذجة في سنوات الدراسة المبكرة. يوضح المقال أن مهام النمذجة الرياضية تشجع على تطوير مجموعة واسعة من الممارسات الرياضية ومهارات التعلم في القرن الحادي والعشرين مثل الاستدلال والاستنتاج والتحليل الكمي والتفكير النقدي التي تكون مفيدة لمواقف الحياة الواقعية وعالم اليوم. يعتبر الانخراط في انشطة النمذجة الرياضية مثالي لتعزيز التواصل والعمل الجماعي من خلال التجارب الاجتماعية. تسمح مهام النمذجة للطلاب الصغار بالاستكشاف بشكل تعاوني وهو أمر مهم بشكل متزايد لتعلم القرن الحادي والعشرين.

تطوير المهارات الفوق ادراكية خلال الانخراط بأنشطة نمذجة (Vorhölter, 2019)

ينسب تفكير ما وراء المعرفة او ما فوق الادراك إلى الوعي لدى الأفراد بفكرهم الخاص، تقييمهم لهذا التفكير، وتنظيمهم لهذا التفكير (Wilson, 2011). يهدف البحث الى فحص كيفية تعزيز القدرة على التفكير الفوق ادراكي والتخطيط والمراقبة والتقييم في سياق حل مسائل النمذجة الرياضية. شارك طلاب من 18 صفًا مختلفًا (الصف التاسع والعاشر) في حل ستة مسائل نمذجة مختلفة على مدار 10 أشهر. تم قياس استراتيجيات المعرفة الذاتية للمجموعات من خلال تقارير الطلاب قبل وبعد التدخل. تظهر النتائج تطور

قدرات الطلاب في التفكير الفوق ادراكي وتنظيم العمل الجماعي واتخاذ القرارات الرياضية. يعتبر المقال مصدرًا هامًا للمعلمين والباحثين الذين يهتمون بتحسين ممارسات تعليم النمذجة وتعزيز التفكير الفوق ادراكي لدى الطلاب في سياق الرياضي

تأثير انخراط الطلاب في الانشطة المنتجة لنماذج على إبداعهم (Gilat & Amit, 2013)

الإبداع الرياضي يعرف بأنه القدرة على تحليل مشكلة معينة من منظور مختلف، ورؤية الأنماط والاختلافات وأوجه التشابه، وتوليد أفكار متعددة واختيار طريقة مناسبة للتعامل مع المواقف الرياضية غير المألوفة (Idris & Nor, 2010). لقياس الابداع الرياضي عرضت لايكن (Leikin, 2009) ثلاث مركبات أساسية: الطلاقة، المرونة والاصالة. الطلاقة (Fluency) وهي القدرة على إنتاج أكبر عدد ممكن من الأفكار والحلول المختلفة لمشكلة ما. اما المرونة فهي القدرة على التنوع في الإجابات، ممكن من حلال استعمال سجلات مختلفة او طرق مختلفة. والاصالة (Originality) هي القدرة على إنتاج أفكار رياضية غير مألوفة للمجموعة أي لا تتكرر كثيرا بين الافراد.

في دراسة عميت وجيلات (Gilat & Amit, 2013) بتحليل عمل طالبين متفوقين في الرياضيات (بعمر 10 و13 عامًا) عندما اشتركوا بشكل فردي في سلسلتين من الأنشطة النمذجة. تم جمع البيانات وتحليلها وتتألف من ملاحظات الباحثين حول عمل الطلاب في الأنشطة النمذجة، وتسجيلات العروض التقديمية لعمل الطلاب مع المناقشة التي تلت ذلك، والمقابلات المسجلة بعد ذلك مع الطلاب. وتبين أن الطلاب قد عكفوا على تحسين تفكيرهم ونماذجهم من خلال دورات متعددة؛ وتم تقديم النتائج فيما يتعلق بالسمات المعرفية والعاطفية المشاركة في عملية النمذجة للطلاب. وقد تم تحديد السمات المعرفية على أنها المرونة والتركيب والتشابه، بينما كانت السمات العاطفية هي الدافع والاهتمام والكفاءة الذاتية والمنظور والتفكير الذاتي. وخلص الباحثون إلى أن "النتائج تظهر بوضوح بعض السمات المعرفية والعاطفية التي يمكن أن تؤسس لمنهجية تطوير العملية الإبداعية باستخدام أنشطة النمذجة الرياضية.

نتائج دراسة أخرى أجريت من قبل ليو وكايزر (Lu & Kaiser, 2022) على مجموعة متنوعة من طلاب المرحلة الثانوية معلمين مستقبليين ومعلمين في الحقل. طُلب من المشاركين إكمال مهام النمذجة الثلاث بشكل فردي في غضون ساعة واحدة. تم تشجيعهم

على حل المهام باستخدام طرق مختلفة للحل. تم جمع أوراقهم كبيانات للدراسة. ركز البحث على فحص العلاقة بين كفاءات النمذجة وارتباطها بمركبات الابداع. تشير النتائج إلى وجود علاقة ارتباط ذات دلالة إحصائية بين كفاءات النمذجة وجوانب الإبداع. يمكن تحديد الارتباطات المهمة بشكل خاص بين ملاءمة مناهج النمذجة وجانبي الإبداع المتمثلين في الفائدة والطلاقة، بالإضافة إلى ارتباط سلبي مهم بين الفائدة والأصالة. لم تكن نتائج التحليل الترابطي للعلاقات بين المعايير الأربعة متسقة دائمًا في مجموعات المشاركين الثلاثة. بشكل عام، النتائج لها آثار على تعزيز الإبداع لمجموعات الخبرة المختلفة وتوضح اعتماد أنشطة النمذجة على المعرفة الرياضية للمشاركين والموضوع الرياضي الذي يتعاملون معه.

تنمية التنور الرياضي من خلال النمذجة (Armutcu & Bal, 2023)

التنور الرياضي يعرف على انها قدرة الفرد على تحديد وفهم دور الرياضيات في العالم، لإجراء تقييم دقيق، لاستخدام الرياضيات وإشراكها بطرق مختلفة لتلبية احتياجات الأفراد كمواطنين بنائين ومسؤولين. هدفت دراسة ارموتو وبال الى فحص تأثير أنشطة النمذجة الرياضية المرتبطة بنهج العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات (STEM) على مستويات القراءة الرياضية والتحصيل الرياضي لطلاب المدارس الثانوية. مجتمع البحث هم طلاب من الصف الثامن الذين يدرسون في مدرسة عامة في منطقة اسكندرون بمحافظة هطاي في العام الدراسي 2020-2021. عينة البحث تتألف من 66 طالبًا تم اختيارهم وفقًا لطريقة عينة المعايير. تم تعيين 33 من هؤلاء الطلاب كمجموعة تجريبية و33 كمجموعة ضابطة. تم تطبيق "مقياس القراءة الرياضية" و"اختبار تحصيل القراءة الرياضية" و"استمارة مقابلة شبه منظمة حول أنشطة النمذجة الرياضية القائمة على نهج "STEM كأدوات لجمع البيانات. في الدراسة، تم تطبيق أنشطة النمذجة الرياضية القائمة على نهج STEM على المجموعة التجريبية، بينما تم تدريس المجموعة الضابطة وفقًا للمنهاج الرياضي العادي. وكنتيجة للبحث، تبين أن مستويات التنور الرياضي للطلاب تطورت بشكل إيجابي لدى المجموعة التجريبية.

تطوير التفكير الحسابي خلال الانخراط في أنشطة النمذجة (Ang, 2021)

التفكير الحسابي يشير الى مجموعة من مهارات التفكير والعادات والأساليب التي تعد جزءًا لا يتجزأ من حل المشكلات المعقدة باستخدام الكمبيوتر وقابلة للتطبيق على نطاق واسع في مجتمع المعلومات. يعتمد التفكير الحسابي على المفاهيم الأساسية لعلوم الكمبيوتر، ويتضمن معالجة المعلومات والمهام بشكل منهجي وفعال. يشمل التفكير الحسابي مجموعة من المهارات والعادات الفكرية، مثل تحليل المشكلات، والاستنتاج المنطقي، والتجريب والتجريد، والتحليل والتصميم، والتوصيف والتفسير، والتعاون والاتصال. يهدف التفكير الحسابي إلى تطوير قدرات المرء على فهم المشكلات المعقدة وتقسيمها إلى أجزاء صغيرة قابلة للتحليل، واستخدام الأدوات والتقنيات المناسبة لحلها بشكل منهجي ومنطقي .الباحثة عرضت أهمية النمذجة لتطوير التفكير الحسابي ووضحت العلاقة بينهما من خلال امثلة. المثال الأول كان عن كيف يمكن استخدام البيانات المتاحة للجمهور حول تفشي مرض معدي لإنشاء نموذج يتنبأ بانتشاره. على الرغم من أن المشكلة ليست جديدة أو حالية، إلا أنها توفر سياقًا غنيًا لمناقشة تأثير التفكير الحسابي في إنشاء النماذج الرياضية. مثلا المعطيات حول وباء السارس عام 2003 من عدد السكان وعدد المرضى . النموذج الرياضي المترتب يحتاج الى وصف بصري للمعطيات لذا التمثيل في الرسم البياني يعد ملائما، بعد ذلك بناء معادلة جبرية تعتمد على كل المتغيرات في البيانات. يُظهر النموذج الرياضي استخدام البيانات في النموذج التجريبي فرصة واضحة لملاحظة النمط وتحديد ما إذا كان بإمكان استخدام نموذج معروف أو موجود لوصف تفشي المرض. بالإضافة إلى ذلك، هناك حاجة إلى تبسيط الوضع أولاً، ومن ثم تحسين النموذج وهذه يتطلب استخدام أدوات معينة مثل جدول البيانات. النشاط الثاني هو مشكلة توظيف السكرتير حيث تحتاج شركة إلى توظيف السكرتير المثالي لشغل وظيفة السكرتارية، وذلك بالاختيار من بين مجموعة من المرشحين المحتملين من خلال مقابلات مع اخذ شروط معينة. إيجاد استراتيجية مثلى لاختيار السكرتير الأفضل استنادًا إلى ترتيبه النسبي في مجموعة المرشحين، وذلك دون معرفة ترتيب المرشحين القادمين. لبناء نموذج ممكن إنشاء محاكاة من عملية التوظيف. من خلال مخطط انسيابي يساعد في عملية المحاكاة بطريقة منهجية ومنظمة. يتطلب بناء الحل أن يفكر المرء حسابيًا من حيث كتابة خطوات المحاكاة، بالإضافة إلى كود برامج المحاكاة. يعد تطوير خوارزمية خطوة بخطوة ممارسة شائعة في تمارين الترميز أو دورات البرمجة. المهارات الأساسية لتحديد المتغيرات المطلوبة في

المشكلة، وتبسيط العملية، والاعتراف بالحاجة إلى أداء مهام معينة في تسلسل أو ترتيب معين وما إلى ذلك ، كلها جزء من التفكير الحسابي.

معالجة الأخطاء الحدسية (شحبري، 2021)

يتم أيضا استخدام نهج النمذجة للتغلب على الأخطاء الحدسية الموجودة عند الطلاب. مثلا الخطا الحدسي المتعلق في القاعدة فيها يرى المتعلمون ان اذا تساوى بعد واحد فان البعد الاخر متساوي، مثلا اذا تساوى شكلين في محيطهما اذا سيتساويان في المساحة.

قامت بتصميم الفعالية شحبري (2021) وتسمى قوالب الشوكولاطة نصّها الذي يمرّر مع المطلوب من الطلّاب كالتالي: "مصنع شوكولا يعتبر من أهمّ مصانع الشوكولاطة وأشهرها. تشتهر منتوجاته بنسبة الكاكاو العالية وجودتها. إضافة إلى الاهتمام بطعم المنتوجات. يعتمد المصنع على التغيير الدائم في الأشكال الخارجيّة لمنتوجاته. فيجدّد دائمًا في القوالب المستعملة لصبّ الشوكولاطة لإنتاج منتوجات جديدة تجذب المستهلك. إنّ اعتماد قوالب جديدة يضع العاملين في المصنع في حيرة حول ثمن المنتوجات، فهل تتّسع لنفس كمّيّة الشوكولاطة أم تختلف؟ توجّه إليكم العاملون في المصنع لاستشارةٍ حول سعة بعض القوالب التي قاموا ببعض الإجراءات عليها".

تمّ إحضار قوالب مستطيلة الشكل قابلة للطيّ. سيتمّ طيّ المستطيل في طريقتين، مرّة بشكل طوليّ ومرة بشكل عرضيّ. بعد إنتاج القالب سيتمّ ملؤه بالشوكولاطة. هل ستتّسع لنفس الكمّيّة؟ غالبًا ما يعتقد الطلاب بشكل خاطئ أنّ حجم العبوتين متساويان، لأنّهما مصنوعتان من نفس أبعاد المستطيل، لذا ثمن العبوتين سيكون متساويًا لأن كلتاهما ستحتويان على نفس كمّيّة الشوكولاتة. يعتمد الطلاب في هذه الحلّ على التفكير الحدسيّ والتلقائيّ، وبشكل خاصّ القاعدة يساوي ب A يساوي ب B، أي نفس مساحة الغلاف في الأسطوانة (نفس أبعاد المستطيل)، يؤدّي إلى نفس حجم الأسطوانات.

إضافة الى فوائد نهج النمذجة على الجوانب الادراكية لها تأثير كبير على الجانب العاطفي والنفسي.

الجانب العاطفي والنفسي خلال الانخراط في أنشطة النمذجة.

يتمّ التعامل مع أنشطة النمذجة من خلال إطار العمل الجماعيّ، هذا بدوره يطوّر العمل والتعلّم التعاونيّ بين الطلّاب، ويساهم في تقوية العلاقات الاجتماعيّة، وفي رفع دافعيّة الطلاب في تعلّم الرياضيات، وقد يؤثّر إيجابيًّا على معتقداتهم حول الرياضيات. تُظهر نتائج بحث أجراه شوكاجلو وزملاؤه (Schukajlow etal., 2012) أنّ التعامل مع أنشطة النّمذجة، كان له تأثير على طلّاب الصفّ التاسع في متغيّرات مختلفة، كالقيم، التمتّع والكفاءة الذاتيّة لديهم. بشكل مشابه، ام البحث الذي أجرته ماب (Maaß, 2010) على طلّاب في المرحلة الإعداديّة، لفحص كيف يؤثر استخدام النمذجة في التعلم على تطور مفهوم الطلاب لأهمية الرياضيات في الحياة اليومية وفي مجالات أخرى خارج الصف. تستند الدراسة إلى مفهوم النمذجة الرياضية وتعزز فهم الطلاب للعلاقة بين الرياضيات والواقع. تشير النتائج ان إضافة للأمثلة والتطبيقات التي تساعد الطلاب على تطوير مهاراتهم في النمذجة الرياضية واستخدام الرياضيات لفهم وتحليل المشكلات الحقيقية. تعزز الدراسة أيضًا تطور المعتقدات الإيجابية لدى الطلاب حول الفائدة العملية للرياضيات ودورها في فهم العالم المحيط بهم. الدراسة توفر رؤية قيمة حول كيفية تعزيز فهم الطلاب للرياضيات وتطوير مهاراتهم في النمذجة من خلال التكامل المناسب للنمذجة في التدريس. ببحث مشابهة اجراه يانجيموتو ويوشيمورا (Yanagimoto & Yoshimura, 2013) تشمل مشاركة 460 طالبًا يابانيًا في الصفوف من السابع إلى التاسع في مشكلة نمذجة سكان سمك التونة الأزرق. ركز الدراسة على استخدام النمذجة الرياضية لفهم سلوك سكان سمك التونة الأزرق وتوقع تغيراته في المستقبل. يتطلب ذلك من الطلاب تطبيق المفاهيم الرياضية والمهارات النمذجية لتطوير نموذج رياضي يصف تطور سكان سمك التونة الأزرق على مدى فترة زمنية. بعد القيام بالنشاط، أدرك الطلاب أهمية الرياضيات في حل المشكلات الحقيقية وتوجيه القرارات العملية. قد يكون ذلك بسبب الاكتشافات التي حققوها في النشاط بالاعتماد على النمذجة الرياضية. يمكن لهذه الدراسة أن تساهم في تحفيز الطلاب وزيادة اهتمامهم بالرياضيات.

المعلمون والنمذجة

يلعب المعلمون دورًا محوريًا في تحديد كيفية تعلم الطلاب لأنشطة النمذجة الرياضية (Cai et al., 2014). لذلك، كما تم تناوله في العديد من الدراسات، تعتبر مؤهلات المعلمين المستقبليين في النمذجة قضية أساسية (مثل Borromeo Ferri & Blum, 2010; Cai et al., 2022; Cetinkaya et al., 2016). يمكن أن يحدث تطوير معرفة المعلمين المستقبليين حول النمذجة من خلال مشاركتهم في أنشطة النمذجة كمتعلمين (Kang & Noh, 2012). لاحظت العديد من الدراسات الآثار الإيجابية للمشاركة في أنشطة النمذجة للمعلمين المستقبليين. تشمل هذه الآثار الإيجابية تزويد المعلمين بفرصة رؤية الروابط بين الرياضيات والعالم الحقيقي (Altay et al., 2014) والطرق المختلفة لحل المشكلات (Yu & Chang, 2009)، وتطوير أفكارهم حول طبيعة النمذجة و مهام النمذجة (Cetinkaya et al., 2016)، وتعزيز معرفتهم بالمحتوى التربوي المتعلقة بالنمذجة الرياضية، مثل معرفة مهام النمذجة وعمليات النمذجة والتدخلات (Greefrath et al., 2022)، وتطوير كفاءاتهم في النمذجة مما يؤثر على كفاءتهم الذاتية في النمذجة (Maaß & Gurlitt, 2011)، مما يؤثر على قدرتهم على بناء أنشطة النمذجة مع مراعاة المبادئ المختلفة (Bukova-Güzel, 2011)، وله تأثير إيجابي على معرفتهم وكفاءاتهم في النمذجة (Ciltas & Isik, 2013). فيما يلي لتفيل لبعض الأبحاث الرائدة بما يتعلق بالمعلمين والنمذجة.

مفاهيم المعلمين في المرحلة الثانوية للنمذجة الرياضية (Frejd, 2012)

هدفت الدراسة إلى فهم مفاهيم المعلمين حول النمذجة الرياضية وتقييم تجاربهم في التعامل مع الأنشطة المتعلقة بالنمذجة. يُركز البحث على السياق السويدي للمدرسة الثانوية العليا ويشير إلى أهمية دراسة مفاهيم المعلمين حول النمذجة الرياضية في تعزيز تكامل النمذجة في تدريس الرياضيات. تم استخدام منهج دراسة الحالة وتم جمع البيانات من 18 معلمًا يعملون في المدرسة الثانوية العليا. تم تحليل البيانات باستخدام استراتيجية الترميز المستوحاة من النظرية المجذرة. أظهرت النتائج أن مفاهيم المعلمين حول النمذجة الرياضية ترتبط بتصميم نموذج رياضي استنادًا إلى سياق محدد. كما أظهرت الدراسة أن المعلمين لديهم خبرة ضئيلة في استخدام النمذجة الرياضية في

فصول الرياضيات، بينما يتم استخدامها بشكل شائع في فصول الفيزياء. وعمومًا، يبدو أن المعلمين في الدراسة لا يعطون الأولوية لتكامل النمذجة الرياضية في تدريس الرياضيات اليومي لديهم. يشير المقال إلى أن مفاهيم المعلمين حول الرياضيات قد تكون واحدة من الأسباب التي تؤثر في عدم اهتمامهم بالنمذجة الرياضية، حيث يعتبر بعضهم أن بعض العناصر المتعلقة بالنمذجة ليست جزءًا من الرياضيات.

تطوير عدسة النمذجة لدى المعلمين (Shahbari & Tabach, 2016)

بحثت الدراسة في آثار كيفية تعامل المعلمين مع أنشطة النمذجة في تطوير قدراتهم على تحديد دورات النمذجة. تم إجراء البحث على 34 معلمًا يدرسون للحصول على درجة الماجستير. تم جمع البيانات من تقريرين وتغذية مرتدة واحدة قدمه المشاركون بعد رؤيتهم لتوثيق بالصوت والصورة لمجموعة من خمسة طلاب في الصف السادس خلال انخراطهم في نشاط نمذجة. تم تقديم التقرير الأول قبل أن يتعامل المعلمون مع أنشطة النمذجة، بينما تم تقديم التقرير الثاني والتغذية المرتدة بعد مشاركتهم في أنشطة النمذجة. تشير النتائج إلى أنه قبل المشاركة في انشطة النمذجة، وصف معظم المعلمين مشاركة الطلاب في نشاط النمذجة كعملية خطية. لاحظ المعلمون النموذج الرياضي النهائي والنتائج الرياضية التي تم الحصول عليها من تطبيق النموذج الرياضي، لكن معظمهم تجاهل النتائج الواقعية وعملية التحقق والطبيعة الدورية لتطور النموذج الرياضي. ومع ذلك ولكن، بعد أن شارك المعلمون في أنشطة النمذجة كمتعلمين، أشارت تقاريرهم إلى أن معظمهم كانوا قادرين على التعرف على جميع مراحل النمذجة وتمييز العمليات الدورية لتطور النماذج الرياضية. علاوة على ذلك، وفقًا لتحليلات التغذية المرتدة، أدرك المعلمون التغييرات في الوصف الذي قدموه خلال التقرير الأول والتقرير الثاني واستطاعوا الإشارة اليه.

معرفة ومهارات معلمي الرياضيات حول طرح الأسئلة في سياق أنشطة النمذجة (**Aydogan Yenmez et al**., 2018)

الهدف من هذه الدراسة هو فحص في كيفية تغيير معرفة ومهارات معلمي الرياضيات الثانوية في طرح الأسئلة عند مشاركتهم في أنشطة التطوير المهني بناءً على نهج النمذجة. اشترك في البحث 10 مدرسين للرياضيات في المرحلة الثانوية، اشتركوا في برنامج التطوير المهني الذي تضمن خمس مراحل استمرت كل منها لمدة شهر. تتألف كل مرحلة من اجتماعات قبل وبعد تنفيذ نشاط المنتج لنماذج. أظهرت النتائج أن برنامج التطوير المهني كان له تأثير إيجابي على قدرة المعلمين على طرح أسئلة مختلفة نوعياً من أجل دفع تفكير الطلاب إلى الأمام.

تصورات معلمي الرياضيات حول أنشطة النمذجة وانعكاسها على معتقداتهم حول الرياضيات (**Shahbari**, 2018)

بحثت الدراسة إذا كان إشراك معلمي الرياضيات في أنشطة النمذجة والتغييرات اللاحقة في تصوراتهم حول هذه الأنشطة تؤثر على معتقداتهم حول الرياضيات. تكونت العينة من 52 معلمًا للرياضيات انخرطوا أربعة أنشطة نمذجة في مجموعات صغيرة. تم جمع البيانات من: (1) تقارير المعلمين حول كل من السمات الرياضية وغير الرياضية بعد الانتهاء من كل نشاط. (2) المقابلات التي أجريت بعد الانتهاء من كل نشاط و (3) استبيانات عن معتقدات المعلمين حول الرياضيات قبل وبعد الانخراط في سلسلة أنشطة النمذجة. أشارت نتائج البحث الرئيسية إلى تغييرات في تصورات المعلمين حول أنشطة النمذجة. أشار معظم المدرسين في النشاط الأول على أنه مشكلة رياضية، لكنهم أكدوا فقط على المفاهيم الرياضية التي ظهرت في النموذج المنتَج أو العمليات الرياضية في عملية النمذجة؛ كانت التغييرات في تصوراتهم تدريجية. أشار معظم المعلمين في النشاط الرابع على أنه يعبر عن مشكلة رياضية وشددوا على ميزات عملية النمذجة بأكملها. أشارت نتائج المقابلات إلى أن التغييرات في تصورات المعلمين يمكن أن تُعزى إلى أربعة محاور رئيسية: تصميم الأنشطة، المناقشات التي تمت في المجموعات، مسارات الحل، والنماذج الناتجة. انعكست التغييرات في تصورات المعلمين حول

نشاط النمذجة في معتقداتهم حول الرياضيات. أشارت نتائج اختبار t المزدوج إلى أن المشاركين طوروا معتقدات بناءة أكثر حول الرياضيات بعد الانخراط في سلسلة أنشطة النمذجة وأن الاختلاف كان كبيرًا، ومع ذلك لم يكن هناك فرق كبير فيما يتعلق بالتغييرات في معتقداتهم التقليدية حول الرياضيات.

سمات عمليات النمذجة التي تنتج نماذج رياضية ممثلة في سجلات سيميائية مختلفة (Shahbari & Tabach, 2020)

يفحص البحث العلاقة بين سمات النماذج الرياضية التي يتم إنشاؤها من خلال أنشطة النمذجة وعمليات النمذجة. لذا تم مراقبة طرق النمذجة للمعلمين المستقبلين بالإضافة إلى كفاءاتهم الفرعية للنمذجة من أجل معرفة كيفية ارتباطها بالخصائص السيميائية للنماذج الرياضية الناتجة. تتضمن مصادر البيانات تسجيلات فيديو لست مجموعات من المعلمين خلال انخراطهم بنشاط نمذجة واحد، مسودات التي كتبت اثناء العمل في النشاط إضافة الى تقاريرهم المكتوبة النهائية. تشير النتائج الى نماذج رياضية مختلفة أنشأتها المجموعات الست في سجلات سيميائية مختلفة (رقمية وجبرية) وبالتالي تختلف هذه النماذج في ملاءمتها لمتطلبات النشاط. تشير تحليلات عمليات النمذجة إلى أن النماذج الرياضية التي تم إنشاؤها في النشاط تدل على الكفاءات الفرعية للنمذجة الموجودة لدى المشتركين في المجموعات المختلفة. ظهرت النماذج الجبرية من مسار نمذجة أكثر تعقيدًا وأقل تسلسلا مقارنةً بمسار النمذجة للمجموعات التي أنتجت نماذج رقمية. بالإضافة إلى ذلك، افتقرت المجموعات التي أنتجت النماذج الرقمية الأقل فعالية إلى كفاءات فرعية في النمذجة في الانتقال من نموذج الحالة إلى النموذج الحقيقي وفي الانتقال من النموذج الحقيقي إلى النموذج الرياضي.

تطوير فهم النمذجة الرياضية في إعداد معلم المرحلة الثانوية (Anhalt & Cortez, 2016)

تبحث هذه الدراسة في تطور فهم 11 معلمًا مستقبلي للنمذجة الرياضية من خلال تنفيذ وحدة نمذجة مقرر مناهج دراسية في برنامج تأهيل معلمي المرحلة الثانوية. على الرغم من أن المعلمين المتدربين لم يتلقوا سابقاً دورة تدريبية حول النمذجة الرياضية. تتكون الوحدة من قراءات، وأنشطة النمذجة المصممة بعناية، والعمل الفردي والجماعي، والمناقشة، والعروض التقديمية. تظهر النتائج أنه في حين أن معظم المعلمين المحتملين قد أخطأوا في الفهم تعريفات النمذجة الرياضية قبل الوحدة، لكنهم طوروا الفهم الصحيح للنمذجة باعتبارها عملية تكرارية تشمل إجراء افتراضات وتحقق الاستنتاجات المرتبطة بالحياة اليومية. طوروا الفهم الصحيح للنمذجة كعملية تكرارية تتضمن وضع افتراضات والتحقق من صحة الاستنتاجات المرتبطة بمواقف الحياة اليومية. تكشف. الدراسة كيف قام المعلمون المتدربون بتحويل دورة النمذجة إلى تطبيق عملي في سياق مشكلة غير محددة الحدود والروابط القوية بين أنشطة النمذجة وتعزيز الممارسات الرياضية.

تدريب معلمي الرياضيات على مسائل الرياضيات الواقعية: مثال من دورات تعليم المعلمين القائمة على النمذجة (Sevinc & Lesh, 2018)

هدف البحث لفحص تحسين فهم المعلمين المستقبليين للعلاقة بين ظواهر في الحياة الواقعية والرياضيات. لتحقيق هذا الهدف، تم تصميم دورتين دراسيتين لتعليم معلمي الرياضيات بناءً على منظور النماذج والنمذجة. قدمت الدراسة استقصاء نمذجة لآراء معلمي المستقبلين حول سمات مسائل الرياضيات الواقعية، واستقصاء المهارات على مستوى المعلم المطلوبة لكتابة مثل هذه المسائل. قام فريق من الباحثين بتحليل تسجيلات صوتية خلال مناقشات 15 معلم مستقبلي. تظهر النتائج ان المشاركين أظهروا خلال الدورات تغييرات مهمة في فهمهم لخصائص المسائل الواقعية والمهارات اللازمة لكتابة ومراجعة وصقل مثل هذه المسائل. أشارت النتائج بالتالي إلى أن الدورات التدريبية القائمة على النمذجة ساعدت المعلمين المستقبليين على التفكير النقدي في مشاكل الكتب المدرسية النمطية،

وعرض السياقات الواقعية كوسيلة يمكن من خلالها تفسير الأفكار الرياضية، وفهم القيمة الرياضية للدروس التي تنطوي على مسائل واقعية، واكتساب المهارات المطلوبة. لكتابة ومراجعة مثل هذه المسائل.

التحديات والصعوبات في دمج نهج النمذجة في تعليم الرياضيات

رغم أهمية النمذجة الى ان هناك عقبات وتحديات ممكن مواجهتها خلال تعليم وتعلم الرياضيات. يعرض بلوم (Blum, 1993) ثلاث معوقات أساسية: الامر الأول وهو يعد العقبة الأكبر يتعلق بالوقت الطويل الذي تحتاجه النمذجة خلال تطبيقها في الصف بحيث لا تناسب الرياضيات العادية. فالمنهاج دائما مثل بالمواضيع ولا يوجد متسع ففي المدرسة العادية (مع دروس مدتها 45 دقيقة وما شابه) من الصعب تطبيقها إضافة الى انه من الصعب تقييم النمذجة، فعملية التقييم تتطلب معايير محددة وأدوات مناسبة لتقييم الأداء وفهم مدى تحقيق الطلاب لأهداف النمذجة. وفي حالة عدم تقييم النمذجة بشكل جدي ورسمي لا يؤخذ على محمل الجد من قبل الطلاب أو المعلمين. العقبات هي من وجهة نظر الطلاب هي كون النمذجة تجعل دروس الرياضيات وامتحاناتها أكثر تطلبًا وأقل قابلية للتنبؤ. الطلاب قد يواجهون صعوبة في تطبيق المفاهيم الرياضية في سياق النمذجة الواقعية. كذلك تنفيذ النمذجة الرياضية قد يتطلب العمل الجماعي والتعاون مع زملائهم. قد يواجه الطلاب صعوبة في التفاعل مع الآخرين والتواصل بشكل فعال لتبادل الأفكار والمعلومات بشكل خاص الطلاب المعتدون على دروس رياضيات تقليدية.

اما بالنسبة للمعوقات من وجهة نظر المعلم فهي إضافة الى ما ذكر يلزم دور المعلم وتوسيع معرفته بما يتعلق بالنهج بشكل عام وخاص. وايضا قلة خبرة المعلمين في مهام من هذا النوع. فغالبا لا تتضمن برامج تدريب المعلمين في الرياضيات أي توجيه فيما يتعلق بالنمذجة، سواء في استخدام العملية أو تدريسها الرسمي. يتطلب العمل بالنمذجة قدرًا من مهارات الادارة الصفية. يجب على المعلمين أن يكونوا قادرين على تنظيم العمل في الصف وإشراف المجموعات وتوجيه الطلاب في عملية النمذجة. هذا قد يتطلب تحولًا في دور المعلم ومهارات إدارة الصف التقليدية. كذلك قد يواجه المعلمون صعوبة في العثور على أمثلة مناسبة وموارد تعليمية تدعم تعليم

النمذجة. يجب أن تكون الأمثلة ملائمة للطلاب وتعكس الواقعية والتحديات المرتبطة بالمجالات الرياضية المختلفة. فان نجاح الجهود المبذولة لتعلم النمذجة يعتمد بشكل كبير على جودة التعليم الذي يمكن أن يعزز مثل هذا التعلم وبشكل خاص على دور المعلم.

انشطة النمذجة

هناك عدة أنواع مختلفة من أنشطة النمذجة صنّفها كايزر وشوارتز (Kaiser & Schwarz, 2006) وفقًا لأهدافها المركزيّة:

1. النّمذجة الحقيقيّة أو التطبيقيّة: تحتوي على أهداف نفعيّة براغماتيّة، كحلّ مشاكل العالم الحقيقيّ، فهمه وتعزيز كفاءات النمذجة. يتم الانخراط في أنشطة النمذجة هذه لفهم وتفسير ظواهر ومواقف حقيقية في العالم الحقيقي. يتم تطبيق المفاهيم الرياضية لتمثيل وتفسير هذه الظواهر.
2. النّمذجة السّياقيّة: تحتوي على أهداف متعلّقة بالموضوع، كحلّ المشكلات الكلاميّة.
3. النّمذجة التعليميّة: تحتوي على أهداف لهيكلة سيرورة التعلّم، وتقديم المفهوم وتطويره.
4. النّمذجة الإدراكيّة: تحليل العمليّات المعرفيّة التي تحدث أثناء عمليّات النمذجة وفهمها. إلى جانب تعزيز عمليّات التفكير الرياضيّ باستخدام النماذج، كصور ذهنيّة أو حتّى صور ماديّة.
5. النّمذجة المعرفيّة: تحتوي على أهداف نظريّة، كتعزيز تطوير النظريّة.

الانشطة المنتجة لنماذج Model-eliciting problems

تتضمن أنشطة استخلاص النماذج مهام تتطلب مهارات معرفية عالية ومهارات تعلم القرن الحادي والعشرين. يتطلب هذا من الطلاب ممارسة تفكير يتجاوز ما يفعلونه عادةً في حل مشكلات الكلمات التقليدية. وبالتالي، فإن مهام النمذجة تساعد الطلاب

على أن يكونوا مفكرين نقديين وأكثر إبداعًا وابتكارًا. توفر مهام النمذجة للطلاب الفرصة للانخراط في سياقات التعلم الاجتماعي، حيث يمكنهم التعبير عن تفكيرهم وتوضيح معرفتهم بالمحتوى والعملية. واحدة من سمات هذه المشكلات هي أن المنتجات التي يقوم الطلاب بإنتاجها ليست مقتصرة على إجابات مختصرة لأسئلة محدودة اصطناعيا حول مواقف رياضية مُبَسَطَة. على سبيل المثال، الهدف في كثير من الأحيان هو تطوير أداة مفاهيمية تتجاوز كونها مفيدة لبعض الأغراض المحددة في موقف معين – والتي يمكن مشاركتها مع الآخرين واستخدامها مرة أخرى في مواقف مماثلة أخرى. ما يشكل مشكلة في معظم أنشطة استدراج النماذج هو أن الطلاب يجب أن يقوموا بإعطاء وصفات رمزية لمواقف ذات مغزى. وبناءً على ذلك، فإنه ليس من المستغرب أن أنشطة استدراج النماذج عادةً ما تؤكد فهمًا وقدرات مختلفة تمامًا عن تلك التي يتم التركيز عليها في مشكلات الكتب المدرسية التقليدية. فهذه الانشطة تركز على تحليل البيانات وتطبيق النماذج الرياضية لتفسيرها. يتم استخدام المخططات البيانية والمعلومات الإحصائية لإنشاء نماذج واستخدامها في التنبؤ بالبيانات المستقبلية. امثلة لأنشطة مما تتبع لهذا النوع هي مشكلة التعاقد، القارئ المتميز والمخيم الصيفي.

لتصميم انشطة منتجة لنماذج ناجعة حدد لش ودور (Lesh & Doerr, 2003) المبادئ التالية التي يجب التقيد فيها خلال التصميم:

1. مبدأ بناء النموذج: يعتبر اهم مبدأ من المبادئ الستة. وينص على أن النشاط او الحالة المعروضة يجب ان تتضمن مكونات مثل نوع الكميات والعمليات التي يمكن إجراؤها من أجل بناء النموذج الرياضي وتوسيعه وتحسينه. وكذلك بناء نموذج يقيّم، يشرح ويقدِّر العديد من النتائج قبل الحصول على نتيجة واحدة.
2. مبدأ الواقع يجب أن يكون الموقف وثيق الصلة بعالم الطلاب ويجب أن يشجعهم على فهم الموقف بناءً على خبرتهم ومعرفتهم الشخصية. لذا يجب أن يحتوي المشكلة الواقعية في النشاط على سيناريو قد يحدث في حياة الطالب أو يمكن تفسيره بواسطة الطلاب من خلال تجاربهم.
3. مبدأ التقييم الذاتي يجب أن يتضمن الموقف معايير واضحة لتقييم فعالية الحل أو طرق التغيير أو إيجاد حلول بديلة دون الحاجة إلى استشارة مصدر خارجي. مما يمكن الطلاب من تقييم إجاباتهم ومعرفة ما إذا كانت تحتاج إلى تحسين أو تصحيح بدون الحاجة الى معلم او مصدر خارجي.

4. مبدأ توثيق البناء يجب أن يوفر الموقف الحاجة ان يوثق الطلاب عملهم. فتعكس إجابات الطلاب كيفية تفكيرهم في مسارات الحل الممكنة المتعلقة بما هو موجود في المشكلة والأهداف وحل المشكلة.

5. مبدأ قابلية المشاركة وإعادة الاستخدام يجب أن يشجع الموقف الطلاب على التفكير في النماذج بطرق فعالة وقابلة للاستخدام ومناسبة للتطبيق في مواقف أخرى. فيمكن مشاركة النموذج الناتج وتحسينه وإعادة استخدامه ويكون النموذج ذو فائدة لمن وضعه وأيضًا يمكن تعميمه لحالات أخرى.

6. مبدأ النموذج الأولي الفعال يجب أن يكون الموقف بسيطًا ولكن يجب أن يتطلب حلاً مُعدًا بشكل كبير. يجب أن تقدم مثالاً لحل المواقف الأخرى المشابهة.

امثلة لانشطة نمذجة

الفأس (Blum, 2015)

مدينة كاسل تستضيف كل خمس سنوات "دوكومنتا"، أهم معارض الفن المعاصر في العالم تترك كل دوكومنتا بعض معروضاتها في المدينة. واحدة من تلك المعروضات هي فأس كلايس أولدنبورغ الضخمة من دوكومنتا-7 عام 1982 (انظر الصورة). القصة التي ابتكرها أولدنبورغ والتي يحب أهل كاسل أن يستمروا في سردها هي أن هرقل، الرمز البارز في كاسل، ألقى هذه الفأس من مكانه في حديقة جبل فيلهلمشوهه فوق كاسل إلى نهر فولدا

إلى أي مدى يجب أن يكون العملاق مناسبًا لهذا الفأس له؟

الحذاء العملاق (Blum & Ferri, 2009)

في مركز رياضي في فلورنتينو الفلبين، يقوم الشاب بتلميع زوج من الأحذية. هذا الحذاء هو الاكبر بالعالم، فوفقا لموسوعة غينيس للأرقام القياسية، يبلغ عرضه 2.37 م ويبلغ طوله 5.29 م. قدر مدى طول العملاق بحيث يصلح الحذاء له؟ اشرح

القميص الرياضيّ (Shahbari, In review)

نص النشاط مع المطلوب من الطلّاب كالتّالي: "سجلت قطر رقمًا قياسيًّا جديدًا باسمها بصنع أكبر قميص رياضيّ في العالم، حيث أُقيم احتفال بهذه المناسبة الثلاثاء (23 نوفمبر) بحديقة إسباير في الدوحة، ووضع القميص الضخم على الأرض ليتولّى حكام من موسوعة جينيس قياسه، حيث أُعلن عن رقم قياسيّ عالميّ جديد يمثّل طول القميص 72.2 مترًا،

وعرضه 48.7 متراً. ساهمت شركة قطر للبتروكيماويات في إنتاج القميص المصنوع من القطن، والذي يزن ستّة أطنان. وأوضح المدير العامّ للشركة أنّ تسجيل القميص في موسوعة جينيس للأرقام القياسيّة يأتي ضمن خطوات تساند ملف قطر، لاستضافة نهائيّات كأس العالم لكرة القدم "2022. من موقع /https://www.aljazeera.net/sport/2010/11/24

تعليمات للطالب: قرّرت الشركة المسؤولة حياكة قمصان من القميص العملاق، والتبرّع بها لمؤسّسات خيريّة، مطلوب منك كمسؤول في هذه الشركة أن تجد كم قميصًا حقيقيًّا يمكن حياكته؟ اِشرح".

الحذاء الرياضي (Doerr& English, 2003)

شركة احذية رياضية تحاول تسويق احذية رياضية لطلاب المدارس، توجهت اليكم الشركة بما انكم جمهور الهدف لتكتبوا اي عوامل تهم طلاب المدرسة عند شراء حذاء رياضي.

أ) اذكر العوامل المهمة لاختيارك حذاء رياضي.

ب) درج العوامل العشرة التالية من الأكثر أهمية للأقل في اختيار حذاء رياضي: المقياس، الموضة، الراحة، الماركة، الجودة، السعر، الشكل، اللون، القوة والهدف.

ت) كيف يمكن بناء قائمة واحدة تجيب على متطلبات جميع المجموعات

معجون الأسنان (Shahbari& Tabach, 2016)

فعاليّة معجون الأسنان: "يُحكى أنّ طالبًا جامعيًّا ذهب إلى الرئيس التنفيذيّ لشركة كولجيت، واقترح فكرة من شأنها زيادة أرباح الشركة دون أيّ جهد. قال الطالب: "تُسعدني مشاركتك فكرتي، ولكن إذا قرّرت استخدام الفكرة، عليك أن تدفع لي مليون دولار". بعد قبول الرئيس التنفيذيّ للشروط، أظهر له الطالب الشاب عبوة لمعجون الأسنان واقترح توسيع فتحة العبوة".

تعليمات للطالب: قم بتكبير فتحة عبوة معجون الأسنان التي تستعملها. اكتب خطابًا لجمعيّة حماية المستهلك يصف كيف تغيّر استهلاك معجون الأسنان بعد تكبير فتحة العبوة، وبيِّن ذلك بصورة رياضيّة مقنعة.

نشاط مجموعة الكراج (ملائم للمرحلة الابتدائية) (Shahbari & Peled, 2017)

في احد المتاجر لبيع الألعاب للأطفال، أراد الزبائن شراء عناصر منفردة من مجموعة الكراج التي تأتي فقط في مجموعات مكونة من خمسة عناصر. لعبة الراج تحتوي على نفس العناصر، إلا أنها تختلف في بعض النواحي ولذا فهي تباع بأسعار مختلفة. بناء على رغبة الزبائن قرر صاحب المتجر تفكيك المجموعات لبيع كل عنصر على حدة. لكن من المهم ان يكون مجموع ثمن العناصر الفردية في كل مجموعة مساوياً لثمن المجموعة بأكملها. طلب من موظفيه تسعير العناصر الفردية في مجموعتين الأولى بثمن 50 دولار والثانية بثمن 60 دولار. انتم تعملون في المتجر والقيت عليكم مهمة تفكيك مجموعات لعبة الكراج وتسعير عناصرها.

بعد الانتهاء من التعامل مع النشاط وبناء النموذج الرياضي، تم تقديم مهمة نهائية للطلب.

المهمة النهائية: وجد صاحب المتجر مجموعة كراج أخرى في المتجر بتكلفة 140 دولارًا. كنتم مسؤولين عن تسعير العناصر الفردية في المجموعة الجديدة.

سنووايت والأقزام السبعة (ملائم للمرحلة الابتدائية) (Shahbari & Peled, 2017)

في متجر الألعاب، يوجد العديد من مجموعات "سنو وايت والأقزام السبعة" غير المباعة والتي تتألف من 20 عنصرًا. جميع المجموعات لديها تكوين مماثل، وتتم تسعيرها استنادًا إلى المادة التي تصنع منها – قماش، بلاستيك، خشب، كرتون، إلخ. قرر صاحب المتجر أنه سيتم بيعها بشكل أفضل إذا تم بيع كل عنصر بشكل منفصل، ولكنه اشترط أن مجموع جميع العناصر يجب أن يساوي سعر المجموعة بأكملها .طلابنا، بصفتكم موظفين في متجر الألعاب، أنتم مسؤولون عن مهام تفكيك المجموعة وتسعيرها. عليكم تسعير عنصر لعبة سنووايت والاقزام السبعة في المجموعات التي تباع كاملة بقيمة 90 دولارًا، 120 دولارًا و240 دولارًا.

الطائرة الورقية (English & Watters, 2004)

هنالك مجموعة من المعايير للحكم على مباراة الطائرة الورقية. لدى الحكام مشكلة في البت في كيفية تحديد الفائز وكيف يتم الحكم على المسابقة. المطلوب هو استخدام البيانات الواردة من السنوات السابقة لأيجاد وسيلة لمساعدة القضاة في اتخاذ القرار بشأن تحديد الفائز في المسابقة. اقترح طريقة (نموذج) لتحديد الفائز في المسابقة من خلال الفئات: الوقت في الهواء والمسافة التي يتم قطعها في مسار خط مستقيم، وكيف يتم تحديد الفائز من هذه المسابقة.

نتائج سنة 2002 لمسابقة الطائرة الورقية السنوية

فريق	محاولات	الوقت في الهواء (ثوان)	المسافة التي يتم قطعها في مسار مستقيم
فريق أ	1	2	11
	2	2	12

	3	لم تتأهل	لم تتأهل
فريق ب	1	3	12
	2	1	7
	3	1	8
فريق ج	1	1	9
	2	3	11
	3	2	11
فريق د	1	3	12
	2	لم تتأهل	لم تتأهل
	3	1	8
فريق هـ	1	2	9
	2	1	10
	3	2	13
فريق و	1	1	9
	2	2	11
	3	لم تتأهل	لم تتأهل

موظفون للحديقة (English, 2002)

خلفية: في شركة الحديقة الخضراء، سوف يقدم السيد جميل خدمات قص العشب (الديشة) لزبائنه. بعد ان أغلقت شركة ملك الحدائق لقص العشب أبوابها، عرض سيد جميل ان يوظف 4 موظفين مقابل زبائن سابقين. الشركة ملك الحدائق سلمت السيد جميل معطيات حول الموظفين لديها خلال الأشهر كانون الاول، كانون الثاني وشباط في السنة الاخيرة. الموظفين كانوا مسئولون عن قص العشب بالإضافة الى بيع مستلزمات للحدائق مثل الأسمدة، مبيدات للأعشاب والحشرات. الوثائق التي تم تسليمها للسيد جميل مسجل فيها ساعات العمل الشهرية لكل موظف، عدد المساحات الخضراء (الديشة) التي تم قصها وكم باعوا من المنتجات الموجودة في الشركة. قص المساحات الخضراء قسمت الى عمل كبير، متوسط وصغير. عمل كبير ممكن ان يضم مساحة كبيرة او عمل اضافي عن المتوسط والصغير. بعض المساحات ممكن أن تكون صغيرة ولكن فيها الكثير من الالتفافات لجزازة العشب او أعمال إضافية مثل التقليم التي هي تحدد حجم العمل. وأيضا الوثائق تحتوي على عدد الكيلومترات التي تم قطعها خلال العمل بشاحنات الشركة.

جميل عليه أن يقرر أي 4 موظفين من الموظفين في العمل السابق عليه الاختيار لهذا الصيف. باستخدام المعلومات المزودة ساعد جميل في اختيار 4 موظفين. اكتب له رسالة تفسر له الطريقة التي اعتمدتها في اتخاذ قرارك، حتى يستطيع كل صيف استعمال الطريقة لاختيار موظفين جدد. ارفقت الجداول الاتية

ساعات العمل			
الموظف	كانون اول	كانون ثاني	شباط
جواد	80	80	80
سيرين	75	65	70
جاك	66	64	63
كامله	45	50	55
تميم	67	70	79

الكيلومترات التي قطعت			
الموظف	كانون الأول	كانون الثاني	شباط
جواد	198	200	201
سيرين	199	201	198
جاك	197	199	198
كامله	201	203	199
تميم	200	199	200

العدد الكلي لقص العشب									
	كانون الأول			كانون الثاني			شباط		
الموظف	كبير	متوسط	صغير	كبير	متوسط	صغير	كبير	متوسط	صغير
جواد	15	12	30	16	14	34	16	15	35
سيرين	18	10	35	19	12	35	14	16	36
جاك	14	16	22	15	16	22	13	16	22
كامله	15	13	15	14	13	17	15	12	18
تميم	20	12	14	22	14	16	20	13	25

معدل النقود الأسبوعي من بيع المنتج			
الموظف	كانون اول	كانون ثاني	شباط

جواد	$150	$175	$170
سيرين	$75	$80	$80
جاك	$125	$150	$150
كامله	$80	$72	$65
تميم	$135	$130	$125

"مشكلة التعاقد" (Eric, 2008)

مجموعتك مسؤولة عن توظيف بعض العمال للمساعدة في تنظيف، طلاء، وترتيب الأثاث في المدرسة. يجب على هؤلاء العمال اتمام هذه المهمة في غضون 4 أيام. هناك شروط لتوظيف العمال وهي:

1. يمكنك التعاقد مع شركة مرة واحدة فقط، وعليك أن تقبل بكل عدد العمال لتلك الشركة.
2. المشرف في موقع العمل يستطيع الإشراف فقط على 12 عامل على الاكثرفي اليوم الواحد، لذا تعاقد مع 12 عامل على الاكثر في اليوم الواحد.
3. افرض أن كل عامل يتم التعاقد معه يعمل نفس المقدار من الوقت، وينتج نفس الكمية من العمل للساعة الواحدة.
4. تحتاج على الأقل: 14 عاملا لنقل الأثاث، 14 عامل للطلاء و14 عامل للتنظيف خلال 4 أيام.

العرض: يجب ان تعرض قضيتك إلى صفك. بين بالتفاصيل الكاملة (مع خيارات الحل مختلفة) كيفية وصولك إلى التعاقد مع العمال. مع إظهار مؤشر الإنتاجية واستخدامه لاتخاذ قرارك.

خدمات التنظيف					
الشركة	A	B	S	D	E
عدد العمال	4	2	6	3	5
التكلفة	160	76	270	120	175

خدمات الطلاء					
الشركة	F	G	H	R	J
عدد العمال	3	6	7	4	5
التكلفة	114	240	315	160	210

خدمات نقل الأثاث					
الشركة	K	L	Q	N	T
عدد العمال	7	4	3	6	4
التكلفة	245	160	135	228	140

مؤشر الانتاج يحسب كما يلي: 100*(عدد العمال+التكلفة الكلية) استعمل حتى 3 منازل عشرية.

مؤشر الانتاج هو لتفحص اذاكنت تحصل على قيمة مقابل المال.

فعالية براعم المزارع (English & Watters, 2004)

يزرع مزارع أنواعا مختلفة من الفاصوليا، وذلك بشروط مختلفة من ناحية الضوء وزمن الزراعة. الجدول الأول يبين وزن الفاصوليا في الضوء والجدول الثاني يبين وزن الفاصوليا في الظل.

في الضوء			
نباتات الفاصوليا	الأسبوع 6	الأسبوع 8	الأسبوع 10
الصف 1	9 كغم	12 كغم	13 كغم
الصف 2	8 كغم	11 كغم	14 كغم
الصف 3	9 كغم	14 كغم	18 كغم
الصف 4	10 كغم	11 كغم	17 كغم

في الظل			
نباتات الفاصوليا	الأسبوع 6	الأسبوع 8	الأسبوع 10
الصف 1	5 كغم	9 كغم	15 كغم
الصف 2	8 كغم	8 كغم	14 كغم
الصف 3	6 كغم	9 كغك	12 كغم
الصف 4	6 كغم	10 كغم	13 كغم

باستخدام المعطيات أعلاه، نريد أن (أ) نقرر أية شروط أفضل لنماء الفاصوليا لتنتج أكثر ما يمكن. نفعل ذلك مع تفسير قرارنا في رسالة للمزارع، (ب) نتنبأ بوزن الفاصوليا المنتجة في الأسبوع الثاني عشر في كل حالة من حالتي الزراعة. نفعل ذلك مفسرين في الرسالة تنبأنا، بحيث يمكن للمزارع أن يستخدم حلنا في مواقف شبيهة.

المخيم الصيفي (Shahbari & Tabach, 2020)

راشيل عاملة اجتماعية، ام لولدين سمر بنت السبع سنوات وعدي ابن 12 عاما. ستضطر راشيل هذا العام من العمل خلال العطلة الصيفية من 1 تموز حتى 31 آب. لذالك قررت تسجيل ابنائها لمخيم واحد او اكثر. من المهم لراشيل ان يكون طفليها بنفس المخيم، وقد وجدت 6 مخيمات في مدينتهم جميعها مصادقة من حيث الامان. قامت راشيل بترتيب المعطيات بالجداول الاتية:

جدول 1: معطيات حول التاريخ، سفريات، الطعام والتكلفة

	فترة المخيم	سفريات ذهابا وايابا من البيت للمخيم	طعام	تكلفة المخيم للولد الواحد
مخيم ا	2-10 تموز	نعم	نعم	750
مخيم ب	1-13 **آب**	لا	نعم	1200
مخيم ج	2-11 تموز	نعم	لا	900
مخيم د	1-20 **آب**	نعم	نعم	1400
مخيم هـ	15-21 تموز	لا	نعم	700
مخيم و	7-22 **آب**	نعم	لا	1300

جدول 2: نوع الفعالية وعدد الساعات طوال فترة المخيم

	فعاليات رياضية	سباحة والعاب مائية	نحت	رسم ودهان	رقص	بحث علمي	طبخ	عدد الرحلات

مخيم ا	8	8	6	5	4	–	3	1
مخيم ب	10	8	10	4	–	2	5	1
مخيم ج	9	9	3	4	8	–	–	2
مخيم د	21	15	–	21	5	4		–
مخيم هـ	7	5	2	–	4	3	4	–
مخيم و	–	15	–	15	12	8	5	2

المخيمات نفسها نظمت العام الماضي، لذالك راشيل نظمت المعطيات حول المخيم في جدول 3 و 4

جدول 3: عدد الطلاب الكلي في كل واحد من المخيمات، عدد الطلاب في كل مجموعة وعدد المرشدين لكل مجموعة.

	عدد الطلاب الكلي في المخيم	عدد الطلاب في كل مجموعة	وعدد المرشدين لكل مجموعة.
مخيم ا	210	5	1
مخيم ب	400	8	2
مخيم ج	320	12	2
مخيم د	570	6	1
مخيم هـ	84	14	2
مخيم و	900	10	2

جدول 4: تصنيف اولياء الامور للمخيمات في السنة السابقة (لم يشترك الجميع في التصنيف)

	★	★★	★★★	★★★★	★★★★★
مخيم ا	14	23	68	56	37
مخيم ب	12	32	127	84	62
مخيم ج	11	17	112	75	78
مخيم د	18	41	187	253	63
مخيم هـ	5	6	11	24	14
مخيم و	39	31	152	348	68

اكتبوا رسالة لراشيل تبينوا لها أي مخيمات ملائمة ولماذا؟ هل يمكنكم بناء نموذج تستطيع راشيل الاعتماد عليه لاختيار مخيم صيفي ملائم كل عام.

المعلم الجيد (Shahbari & Tabach, 2020)

السيد سليم مدير مدرسة ابتدائية من الصف الاول – السادس تحت رعاية احد الكليات لتاهيل المعلمين، يحتاج معلم للرياضيات بعد ان توجه المدير للكلية لتحديد مرشح ملائم للوظيفة، حصل على قائمة باسماء المتخرجين للقب الاول Bed في الرياضيات للمرحلة الابتدائية في العام الاخير. كما يظهر في الجدول

الاسم	العمر	المعدل النهائي للقب
روان	23	95
سيرين	21	82
اديم	22	85
نمرين	24	91
جوان	25	96
وفاء	32	78
ارام	27	82
ميار	26	84
ميسان	25	92
نسرين	29	90

السيد سليم قرر الحصول على تفاصيل تتعلق بالتدريب العملي للمرشحين، لذالك توجه للمرشدين التربويين الذين ارشدوا الطلاب خلال ثلاث سنوات، وطلب منهم التعليق على المرشحين في نقاط محددة، المرشدون ابدوا رايهم من خلال علامات من (A+, A, B+,B,C+,C, D+,D,E+,E,F+,F) كما يظهر في الجدول التالي

الاسم	التمكن من المضامين المدرسية			التمكن من ادارة الصف			تحضير مواد تعليمية ووسائل ايضاح			العمل ضمن طاقم مع المعلمين المدربين مع الزملاء			الاهتمام بالتباين بين الطلاب		
	שנה א'	שנה ב'	שנה ג'	שנה א'	שנה ב'	שנה ג'	שנה א'	שנה ב'	שנה ג'	שנה א'	שנה ב'	שנה ג'	שנה א'	שנה ב'	שנה ג'
روان	A	A	A+	D	D	D+	C+		C+						D+
سيرين	C	C+	A+	B+	B	A	D+							C+	B+
اديم	B+	A	A	A	A	B+	A+	A+	A+	B+			B+		
نمرين	E+	C+	A+	C+	B	B+	E+	D+	C+		D+	C+			C+
جوان	B	B+	A	F+	D+	C	B+		A+			C+	B+		
وفاء	B+	A+	A+	C+	B+	A	C+			B+				C+	B+
ارام	B+	A	A	F	F+	E	A+				A+	C+	C+	C+	
ميار	A	A	A	D	D+	C+			B+		D+		C+		B+
ميسان	B+	A	A+	F	F+	E+		A+					C+		
نسرين	A	A+	A+	C	E	C						C+	A+	A+	A+

مركز موضوع الرياضيات في المدرسة اجرى مقابلة مع كل واحد من المرشحين لمدة 15 دقيقة وقد لخص انطباعه حول المرشحين بالجدول التالي:

الاسم	غير ملائم بالمرة				ملائم جدا
			✓		
روان				✓	
سيرين		✓			
اديم					✓
نمرين				✓	
جوان			✓		
وفاء		✓			
ارام				✓	
ميار					✓
ميسان			✓		
نسرين				✓	

حصل مدير المدرسة أيضًا على بيانات إضافية حول مشاركة المرشحين في المبادرات الاجتماعية أثناء دراستهم الأكاديمية، مثل دراسة فصول المساعدة، والتطوع في تنظيم الندوات وجمع التبرعات كما هو موضح في الجدول أدناه

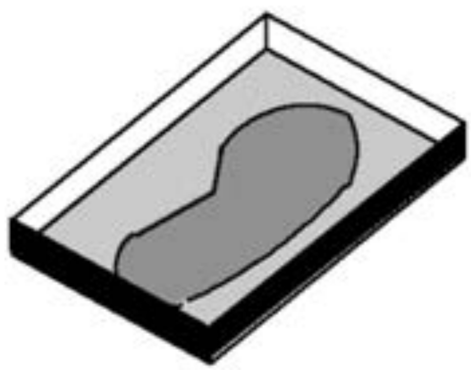
الاسم	لا يشترك بتاتا	يشترك بشكل قليل	يشترك	يشترك بشكل كبير
روان			✓	
سيرين		✓		
اديم		✓		
نمرين				✓
جوان	✓			
وفاء			✓	
ارام				✓
ميار			✓	
ميسان			✓	
نسرين		✓		

اختاروا مرشحا ملائما للوظيفة، اكتبوا رسالة ملائمة تشرحوا فيه طريقة اختياركم. اقترحوا نموذجا لاختيار مرشح مستقبلي لمواضيع أخرى.

مشكلة القدم الكبيرة (Lesh & Harel, 2003)

في صباح هذا اليوم، اكتشفت الشرطة أنه في وقت متأخر من الليلة الماضية، قام بعض الأشخاص اللطفاء بإعادة بناء نافورة الشرب القديمة المصنوعة من الطوب في الحديقة. يود العمدة أن يشكر الأشخاص الذين فعلوا ذلك. ومع ذلك، لم ير أحد من هو. كل ما وجدته الشرطة كان الكثير من آثار الأقدام. لقد تم إعطاؤك مربعًا (انظر الشكل ادناه) يوضح إحدى آثار الأقدام. يبدو أن الشخص الذي صنع هذه البصمة كبير جدًا.

ومع ذلك، للعثور على هذا الشخص وأصدقائه، فسيكون من المفيد معرفة مدى حجم هذا الشخص حقًا. تتمثل مهمتك في إنشاء مجموعة أدوات "كيف" يمكن للشرطة استخدامها لمعرفة حجم الأشخاص الكبار — فقط من خلال النظر إلى آثار أقدامهم. يجب أن تعمل مجموعة الأدوات الخاصة بك مع آثار أقدام مثل التي تظهر هنا. وكذلك يجب أن تعمل أيضًا مع آثار أقدام أخرى.



القارئ المتميز (English & Fox, 2005)

مكتبة جامعة حيفا وبالتعاون مع بلدية حيفا يرعيان برنامج القراءة في عطلة الصيف. الطلاب من الصف السادس حتى الصف التاسع سيقرؤون الكتب ويعدون ملخصات مكتوبة عن كل كتاب من هذه الكتب، لجمع نقاط والفوز بالمسابقة.

الفائز بكل صف سيكون الطالب الذي حصل على اكبر عدد من النقاط. الفائز الكلي هو الطالب الذي يجمع اكبر عدد من النقاط في كل الطبقات.

قد تم اختيار مجموعة من الكتب وموجودة في المكتبة، الطلاب المشتركين في هذه المسابقة يقرؤون عادة بين 10-20 كتاب خلال العطلة. الكتب مرتبة حسب صعوبتها لكل صف. والطلاب يمكنهم قراءة أي كتاب يختارون.

لجنة المكتبة تحاول ايجاد وسيلة عادلة لتوزيع النقاط لكل طالب، وقد اتفقوا انه مهما ستكون الطريقة المقترحة لتوزيع النقاط يجب الاخذ بالاعتبار ما يلي:

أ. عدد الكتب.

ب. تنوع الكتب.

ت. مدى صعوبة الكتب.

ث. عدد الصفحات في كل كتاب.

ج. جودة الملخصات.

ملاحظة للفرع ج: يتلقى الطلاب علامات A+, A, A-, B+, B, B-, C, C+, C-, D, F على جودة التقارير المكتوبة.

مهمتكم هي كتابة رسالة للجنة التحكيم تشرحون فيها كيفية تخصيص نقاط لكل طالب على قراءة الكتب في العطلة الصيفية.

المصادر

1. Albarracín, L. (2021). Large number estimation as a vehicle to promote mathematical modeling. *Early Childhood Education Journal*, *49*(4), 681-691.
2. Altay, M. K., Özdemir, E. Y., & Akar, Ş. Ş. (2014). Pre-service elementary mathematics teachers' views on model eliciting activities. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 345-349.
3. Alwast, A., & Vorhölter, K. (2022). Measuring pre-service teachers' noticing competencies within a mathematical modeling context–an analysis of an instrument. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 263–285.
4. Ang, K. C. (2021). Computational thinking and mathematical modelling. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), Mathematical modelling education in east and west (pp. 19-34). Cham: Springer International Publishing.
5. Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2016). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*, 523-545.
6. Armutcu, Y., & Bal, A. P. (2023). The Effect of Mathematical Modeling Activities Based on STEM Approach on Mathematics Literacy of Middle School Students. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *9*(4), 233-253.
7. Arzarello, F., Ferrara, F., & Robutti, O. (2012). Mathematical modeling with technology: the role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, *31*(1), 20-30.
8. Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, *8*(1), 16-29
9. Aydogan Yenmez, A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Cetinkaya, B., & Alacaci, C. (2018). Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. *Teacher Development*, *22*(4), 497-518.

10. Blomhøj, M. (2019). Towards integration of modelling in secondary mathematics teaching. In R. Leikin, B. Sriraman, & N. Calder (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 37-52). Cham: Springer International Publishing.
11. Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith and M. Niss: *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI study* (Vol. 10, pp. 45–56). Boston, MA: Springer.
12. Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
13. Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho, J. F. L. Cheong, K. H. K. Chung, & T. T. C. Ng (Eds.), The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: intellectual and attitudinal challenges (pp. 73-96). Springer International Publishing.
14. Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45–58.
15. Blum, W., & Leiß, D. (2005). "Filling Up" -the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4*) (pp. 1623–1633). Sant Feliu de Guíxols, Spain: Fundemi Iqs, Universitat Ramon Llull.
16. Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 86–95.
17. Buchholtz, N. (2021). "Modelling and mobile learning with math trails" in Mathematical Modelling Education in East and West. eds. F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser and K. L. Wong (Germany: Springer), 331–340.
18. Budinski, N., & Takači, D. (2011). Introduction of the notion of differential equations by modeling based teaching. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 18*(3), 107-111.

19. Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA, 30*(1), 19-36
20. Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Ferri, R., Borba, M., Paulo, S., Geiger, V., Stillman, G., English, L., Wake, G., Kaiser, G., & Kwon, O. (2014). Mathematical modeling in school education: mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds). Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 1, pp. 145-172). Vancouver, Canada: PME.
21. Cai, J., LaRochelle, R., Hwang, S., & Kaiser, G. (2022). Expert and preservice secondary teachers' competencies for noticing student thinking about modelling. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(2), 431-453.
22. Cevikbas, M., Greefrath, G., & Siller, H. S. (2023). Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education–a descriptive systematic literature review. In *Frontiers in Education* (Vol. 8, p. 161). Frontiers
23. Chua, B. & Wu, Y. (2005). Designing technology-based mathematics lessons: A pedagogical framework. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 24*(4), 387-402.
24. Confrey, J., & Maloney, A. (2007). A theory of mathematical modeling in technological settings, in modeling and applications in mathematics education. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), Modeling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study (pp. 57-68). New York: Springer.
25. Daher, W., & Shahbari, J. A. (2015). Pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(1), 25-46.
26. Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(2), 110-136.
27. English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, *22*(2), 24-47.
28. English, L. D., Bergman Arleback, J., & Mousoulides, N. G. (2016). Reflections on progress in mathematical modeling research. In Gutierrez, Angel, Leder, Gilah, & Boero,

Paolo (Eds.) The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues (pp. 383-413). Sense Publishers, Rotterdam.

29. English, L. D., & Fox, J. L. (2005). Seventh-graders' mathematical modelling on completion of a three-year program. In P. Clarkson et al. (Eds.), *Building Connections: Theory, Research and Practice* (Vol. 1, pp. 321–328). Melbourne, Australia: Deakin University Press.
30. English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modeling with 9-year-olds. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 2, pp. 297-304). Melbourne: PME.
31. English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with Young Children. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
32. Frejd, P. (2012). Teachers' conceptions of mathematical modelling at Swedish Upper Secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(5), 17-40.
33. Galbraith, P., Renshaw, P., Goos, M., & Geiger, V. (2003). Technology-enriched classrooms: Some implications for teaching applications and modeling. In Q. Ye, W. Blum, S. K. Houston, & Q. Jiang (Eds.), Mathematical Modeling in Education and Culture (pp. 111-125). Chichester, UK: Horwood.
34. Geiger, V., Faragher, R., & Goos, M. (2010). CAS-enabled technologies as 'agents provocateurs' in teaching and learning mathematical modeling in secondary school classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, *22*(2), 48-68.
35. Geiger, V. (2011). Factors Affecting Teachers' Adoption of Innovative Practices with Technology and Mathematical Modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, ICTMA* 14 (pp. 305–314), Dordrecht: Springer.
36. Gilat, T., & Amit, M. (2013). The effects on model-eliciting activities on student creativity. Proceedings of PME 37, 2, 329–336.
37. Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modeling—Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling, ICTMA 14 (pp. 301–304), Dordrecht: Springer.

38. Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H. S. (2018). Mathematical modelling with digital tools—A quantitative study on mathematizing with dynamic geometry software. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, *50*(1-2), 233-244.
39. Greefrath, G., & Siller, H. S. (2018). GeoGebra as a tool in modelling processes. In L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, Siller, H. S., M. Tabach & C. Vale (Eds.), *Uses of technology in primary and secondary mathematics education* (pp. 363–374). Springer, Germany.
40. Greefrath, G., Siller, H. S., Klock, H., & Wess, R. (2022). Pre-service secondary teachers' pedagogical content knowledge for the teaching of mathematical modelling. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(2), 383-407.
41. Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*: *The 14th ICMI study* (pp. 417–424). New York, NY: Springer.
42. Idris, N. & Nor, N. M. (2010). Mathematical Creativity: Usage of Technology. Procedia-Social and behavioral Sciences. (ISI/SCOPUS Cited Publication)
43. Jessen, B. E., & Kjeldsen, T. H. (2023). Mathematical Modelling and Digital Tools—And How a Merger Can Support Students' Learning. In *Mathematical Competencies in the Digital Era* (pp. 99-118). Cham: Springer International Publishing.
44. Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. In I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney & C. Kourouniotis (Eds.), In *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)* (pp. 1-8). New York: Wiley [CD-ROM].
45. Julie, C. & Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 503–510). New York: Springer.
46. Kaiser, G. (2020). Mathematical modelling and applications in education. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 553–561). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
47. Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*, 110-119.

48. Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *38*(2), 196–208.
49. Kang, O. & Noh, J. (2012). Teaching Mathematical Modeling in School Mathematics. 12th International Congress on Mathematical Education., Seoul, Korea.
50. Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students (pp. 129–145). Rotterdam: Sense Publishers.
51. Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical thinking and learning*, *5*(2-3), 109-129.
52. Lesh, R., & Doerr, H.M. (2003). Foundations of models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H.M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving* (Pp. 3–33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
53. Lesh, R., & Fennewald, T. (2013). Introduction to Part I Modeling: What is it? Why do it? In R. Lesh, P.L. Galbraith, C.R. Haines & A. Hurford (Eds.), Modeling students' mathematical modeling competencies (pp. 5-10). NY: Springer.
54. Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 157-189.
55. Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 109-129.
56. Lu, X., & Kaiser, G. (2022). Can mathematical modelling work as a creativity-demanding activity? An empirical study in China. *ZDM–Mathematics Education*, 1-15.
57. Ludwig, M., & Reit, X. (2013). A cross-sectional study about modelling competency in secondary school. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice* (pp.327–337). Dordrecht, the Netherlands: Springer.
58. Maaß, K. (2010). Modeling in class and the development of beliefs about the usefulness of mathematics. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), Modeling students’ mathematical modeling competencies (pp. 409–420). New York: Springer.
59. Maaß, K. (2006). What Are Modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(*2), 113–142.

60. Merck, M. F., Gallagher, M. A., Habib, E., & Tarboton, D. (2021). Engineering students' perceptions of mathematical modeling in a learning module centered on a hydrologic design case study. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *7*, 351-377.

61. Meyer, W. J. (1984). Concepts of mathematical modeling. Mineola, New York: Dover Publications.

62. Molyneux-Hodgson, S., Rojano, T., Sutherland, R., & Ursini, S. (1999). Mathematical modeling: the interaction of culture and practice. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1-3), 167-183.

63. Mousoulides, N. G. (2011). GeoGebra as a conceptual tool for modeling real world problems. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Model-centered learning* (pp. 105-118). Brill.

64. Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI study* (pp. 3–32). New York, NY: Springer.

65. Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, *102(*1), 9–28.

66. Ortegaa, M. Albarracínb, L. & Puiga, L. (2016). Influence of technology on mathematical modeling of a physical phenomenon. In C. Csíkos, A. Rausch, & J. Szitányi (Eds.),13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13). Hamburg, Germany.

67. Park, J., Park, M. S., Park, M., Cho, J., & Lee, K. H. (2013). Mathematical modeling as a facilitator to Conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment. *Teaching Mathematics and Its Applications, 32,* 123-139.

68. Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics, 79*(2), 215–237.

69. Sekulic, T., Takaci, D., Strboja, M., & Kostic, V. (2020). Influence of Mathematical Modeling in GeoGebra Environment on Learning Derivative. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 27(2), 37-50.
70. Sevinc, S., & Lesh, R. (2018). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *ZDM*, *50*, 301-314.
71. Shahbari, J. A. (2022). Modeling as a tool for linking geomatrical concepts with reality. In E. HajYahya, S. M. Sarsour, & S. M. H. Arafat (Eds.), *Discourse of language and mathematics in the context of the teaching process* (143-170). Beit-Berl Collage**.** [Arabic]
72. Shahbari, J. A. (2021). Cognitive Conflict in Technological Environment: Cognitive Process and Emotions through Intuitive Errors in Area, Perimeter and Volume. *Mathematics*. *9*(14):1672
73. Shahbari, J. A. (2018). Mathematics teachers' conceptions about modelling activities and its reflection on their beliefs about mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(5), 721-742
74. Shahbari, J. A., & Daher, W. (2020). Learning congruent triangles through ethnomathematics: The case of students with difficulties in mathematics. *Applied Sciences*, *10*(14), 4950.
75. Shahbari, J. A., & Peled, I. (2017). Modelling in primary schools: Constructing a conceptual system and making sense of fractions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(2), 371-391.
76. Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2020). Features of modeling processes that elicit mathematical models represented at different semiotic registers. *Educational Studies in Mathematics*, *105*(5), 115-135.
77. Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2016). Different generality levels in the product of a modelling activity. In C. Csikos, A. Rausch & J. Szitanyi (Eds). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 179-186). Szeged, Hungary: PME.
78. Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2020). Making sense of the concept of average through engagement in model-eliciting activities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. *52*(8), 1143-1160.

79. Siller, H.-S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, and F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 6), (pp. 2136-2145). Lyon, France.
80. Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th Mathematics Education Research Group of Australasia Conference Mathematics: Essential Research, Essential Practice* (Vol. 2, pp. 688–707). Adelaide, Australia: MERGA.
81. Stillman, G. (2012). Applications and modeling research in secondary classrooms: What have we learnt? In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 791-805). Springer, Cham, Switzerland.
82. Utami, V. B., & Wilujeng, I. (2020,). STEM application through simple technology to improve technology literacy. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1440, No. 1, p. 012050). IOP Publishing.
83. Villarreal, M. E., Esteley, C. B., & Smith, S. (2018). Pre-service teachers' experiences within modeling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM*, *50*(1-2), 327-341.
84. Villamizar, F., Martínez, A., Cuevas, C., & Espinosa-Castro, J. (2020, March). Mathematical modeling with digital technological tools for interpretation of contextual situations. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1514, No. 1, p. 012003). IOP Publishing
85. Vorhölter, K. (2019). Enhancing metacognitive group strategies for modelling. *ZDM*, *51*(4), 703-716.
86. Vorhölter, K., Kaiser, G., & Borromeo-Ferri, R. (2014). Modelling in mathematics classroom instruction: An innovative approach for transforming mathematics education. In Y. Li, E. A. Silver, & S. Li (Eds.), Transforming mathematics instruction. *Advances in Mathematics Education* (pp. 21–36). Cham, Switzerland: Springer.
87. Yu, S. Y., & Chang, K. C. (2009). What did Taiwan mathematics teachers think of model-eliciting activities and modeling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman. (Eds.), Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling: International

Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modeling (pp. 147-156). University of Hamburg, Hamburg.

88. Weber, K., & Leikin, R. (2016). Recent advances in research on problem-solving and problem posing. In Gutierrez, Angel, Leder, Gilah, & Boero, Paolo (Eds.) The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues (pp. 353-382). Sense Publishers, Rotterdam